

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = -x^2 - 2x$

② $2x^2 = (2x - 1)^2 + 5$

③ $x^3 - 2x^2 + 3 = x^3 - 4x^2$

④ $x^2 + 1 = (x + 1)(x - 1)$

⑤ $x^2 - 5x = 2x(x + 7)$

해설

④ $x^2 + 1 - (x + 1)(x - 1) = 0, \quad x^2 + 1 - x^2 + 1 = 0, \quad 2 = 0$

2. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

3. 다음 중 x 에 관한 이차방정식은?

- ① $x(2x-1) = 3x^2 + 1$ ② $3x^2 + x = 3(x-2)^2$
③ $x^3 - 4x + 3 = 1 + x^3$ ④ $2x^3 - x = 0$
⑤ $(x-2)(x-5) = x^2 - 10$

해설

$ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 꼴이 이차방정식 이다.

② $13x - 12 = 0$: 일차방정식

③ $4x - 3 = 0$: 일차방정식

④ $2x^3 - x = 0$: 삼차방정식

⑤ $7x - 20 = 0$: 일차방정식

4. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2 + 3x - 4 = 0$

② $4x^2 - 2x + 1 = x^2 - 5$

③ $3x^2 - x + 2 = 2x^2 - 7x$

④ $\frac{1}{5}x^2 - 3 = 5$

⑤ $2x^2 - 1 = (x - 1)(2x + 3)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

⑤ $2x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$, $x - 2 = 0$: 일차방정식

5. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

㉠ $2x^2 - 5 = x^2$

㉡ $x^2 = -x + 2$

㉢ $x^2 = 0$

㉤ $x^2 = (x - 1)^2 + x^2$

㉥ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$

㉦ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦ 5 개

6. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

7. 다음 이차방정식 중에서 $x = -1$ 을 해로 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 - x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x + 3 = 0$

⑤ $x^2 + 3x + 2 = 0$

해설

① $(-1)^2 - 1 = 0$

② $(-1)^2 - (-1) - 2 = 0$

③ $(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 0$

④ $(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 3 \neq 0$

⑤ $(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 2 = 0$

8. 다음 이차방정식 중에서 [] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[] 안의 수를 각 식의 x 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

① $(x-3)^2 = 4x$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $4 = 4$ 가 되어 성립한다.

⑤ $2x(x-3) = 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 = 0$ 이 되어 성립한다.

9. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해는?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
따라서 해는 $x = 1$ 이다.

10. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

11. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

② $(2x + 3)(x - 3) = 0$

③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 을 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

12. $-2 \leq x \leq 2$ 인 정수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 x 의 값은 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로
 $x = -2$ 일 때, $(-2)^2 - 5 \times (-2) + 6 = 20 \neq 0$ (거짓)
 $x = -1$ 일 때, $(-1)^2 - 5 \times (-1) + 6 = 12 \neq 0$ (거짓)
 $x = 0$ 일 때, $0^2 - 5 \times 0 + 6 = 6 \neq 0$ (거짓)
 $x = 1$ 일 때, $1^2 - 5 \times 1 + 6 = 2 \neq 0$ (거짓)
 $x = 2$ 일 때, $2^2 - 5 \times 2 + 6 = 0$ (참)
따라서 해는 $x = 2$ 로 1개이다.

13. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

14. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \quad \therefore b = 1$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

16. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

17. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2 - 6a - 7 = 0$, $a^2 - 2a = \frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2 + 7b - 21 = 0$, $3b^2 + 21b = 63$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

18. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고
 a 의 값에 관계없이 성립하므로
 $(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여
 $p = 9, q = -9$ 이다.
 $\therefore p + q = 0$

19. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

20. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

21. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

22. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b = (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b)$$

$$= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2$$

23. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

24. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

25. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$