

1. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만들 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bcd\dot{d}$$

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를 일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으므로

$$\text{총 } (1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60 \text{ 이다.}$$

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

2. 다음은 순환소수 $0.2\bar{1}3$ 을 분수로 고치는 과정이다. ()안의 수가 옳은 것은?

$$x = 0.21313\cdots$$

$$(\text{㉠}) x = 2.1313\cdots \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$(\text{㉡}) x = 213.1313\cdots \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉡에서 ㉠을 빼면

$$(\text{㉢}) x = (\text{㉣})$$

$$\therefore x = (\text{㉤})$$

㉠ 10000

㉡ 100

㉢ 999

㉣ 211

㉤ $\frac{211}{999}$

해설

$$x = 0.21313\cdots$$

$$10x = 2.1313\cdots \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$1000x = 213.1313\cdots \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉡에서 ㉠을 뺀다

$$990x = 211$$

$$\therefore x = \frac{211}{990}$$

3. $(Ax^2 - 3x + 1) - (-x^2 + Bx + 4) = 3x^2 + 2x + C$ 에서 A, B, C 의 값은?

① $A = 2, B = -1, C = 3$

② $A = 4, B = -1, C = 5$

③ $A = 4, B = -5, C = -5$

④ $A = 2, B = 5, C = 3$

⑤ $A = 2, B = -5, C = -3$

해설

$$(Ax^2 - 3x + 1) - (-x^2 + Bx + 4) = 3x^2 + 2x + C$$

$$Ax^2 - 3x + 1 + x^2 - Bx - 4 = 3x^2 + 2x + C$$

$$Ax^2 + x^2 - 3x - Bx + 1 - 4 = 3x^2 + 2x + C$$

$$A + 1 = 3 \quad \therefore A = 2$$

$$-3 - B = 2 \quad \therefore B = -5$$

$$1 - 4 = C \quad \therefore C = -3$$

4. 어떤 다항식에서 $2x - 3y + 5$ 를 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $4x + 2y - 3$ 이 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-4x - 2y - 8$

② $-2x - 5y + 8$

③ $2x - 5y - 8$

④ $6x - y + 2$

⑤ $8x - 4y + 7$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A - (2x - 3y + 5) = 4x + 2y - 3$$

$$A = (4x + 2y - 3) + (2x - 3y + 5) = 6x - y + 2$$

$$\therefore (6x - y + 2) + (2x - 3y + 5)$$

$$= 8x - 4y + 7$$

5. $2x(x-1) - 3x(2x-3) - (-7x^2 + x - 2)$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 6x + 2$

② $3x^2 - 6x + 2$

③ $3x^2 + 6x - 2$

④ $-3x^2 + 6x + 2$

⑤ $3x^2 - 6x - 2$

해설

$$2x(x-1) - 3x(2x-3) - (-7x^2 + x - 2)$$

$$= 2x^2 - 2x - 6x^2 + 9x + 7x^2 - x + 2$$

$$= 3x^2 + 6x + 2$$

6. 다음 중 $x = 1.24242424\cdots$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 유리수이다.

② $1.\dot{2}4$ 으로 나타낼 수 있다.

③ 순환마디는 24이다.

④ $100x - 10x$ 를 이용하여 분수로 나타낼 수 있다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{41}{33}$ 이다.

해설

$$x = 1.242424\cdots \text{ 일 때,}$$

$$100x = 124.242424\cdots$$

$$\begin{array}{r} -) \quad x = \quad 1.242424\cdots \\ \hline \end{array}$$

$$99x = 123$$

$$\therefore x = \frac{123}{99} = \frac{41}{33}$$

7. $81^2 \div 9^5$ 을 간단히 하면?

① 3

② 3^2

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$$

8. 다음 안에 알맞은 식을 구하면?

$$\boxed{} \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

① $9a^6b^4$

② $6a^3b^2$

③ $-9a^6b^4$

④ $-6a^3b^2$

⑤ $6ab^2$

해설

$$\begin{aligned}\boxed{} &= \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3 \\ &= \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4\end{aligned}$$

9. $(2x^2y)^3 \times (-x^2y^3) \div \{(-x)^3 y\}^2$ 을 간단히 하면?

① $-8x^2y^4$

② $2x^2y^3$

③ $8x^2y^4$

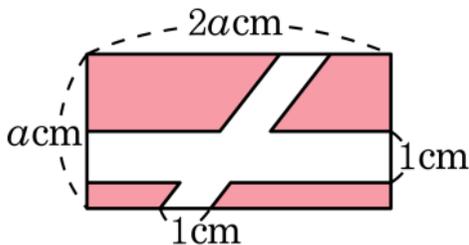
④ $-2x^2y^3$

⑤ $4x^4y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2^3 x^6 y^3 \times (-x^2 y^3) \div x^6 y^2 \\ & = -8x^8 y^6 \div x^6 y^2 = -8x^2 y^4 \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 가로 $2a\text{cm}$, 세로 $a\text{cm}$ 인 직사각형 안에 그림과 같이 1cm 간격의 빈 부분이 있을 때 색칠한 부분의 넓이는 얼마인가?



- ① $a^2 - 3a - 1$ (cm^2) ② $2a^2 - 3a - 1$ (cm^2)
- ③ $2a^2 - 3a + 1$ (cm^2) ④ $a^2 + 3a - 1$ (cm^2)
- ⑤ $2a^2 - 1$ (cm^2)

해설

$$\begin{aligned}
 S &= (2a - 1)(a - 1) \\
 &= 2a^2 - 3a + 1
 \end{aligned}$$

11. 어떤 다항식을 $2x$ 로 나눈 값이 $-4x + 3y + \frac{1}{2}$ 일 때, 어떤 다항식은?

① $-2x + \frac{3}{2}y$

② $-8x^2 + 6xy + x$

③ $-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y$

④ $-2x + 6xy + 1$

⑤ $8x + 6y - 1$

해설

어떤 다항식을 A 라 하면 $A \div 2x = -4x + 3y + \frac{1}{2}$

$$\therefore A = \left(-4x + 3y + \frac{1}{2}\right) \times 2x = -8x^2 + 6xy + x$$

12. x, y 에 관한 일차방정식 $ax - 3y = 9$ 의 해가 $\left(\frac{3}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{11}{3}$ ③ 4 ④ $\frac{13}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

해설

$\left(\frac{3}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ 을 $ax - 3y = 9$ 에 대입하면,

$$\frac{3a}{5} + \frac{33}{5} = 9$$

$$\frac{3a}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore a = 4$$

13. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = 0 \\ 2x + by = -2 \end{cases}$ 의 해가 $x = 2, y = -2$ 일

때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

각 식에 $(2, -2)$ 를 대입하여 a, b 의 값을 구한다.

$$a = -1, b = 3, \therefore a + b = 2$$

14. 분수 $\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 순서쌍

(a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 최댓값을 구하여라.

(단, a, b 는 자연수이고, $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10$)

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 19$

해설

$$\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{3^2 \times 2 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{b}{2 \times a}$$

가 무한소수가 되어야 하므

로, 분모 a 의 최댓값은 9이고, 분자 b 의 최댓값은 10이다.

따라서 $a + b$ 의 최댓값은 19이다.

15. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$\therefore m + n = 15$$

16. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$, \dots , $x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \dots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

17. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a + b = 16 + 16 = 32$$

18. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$ 일 때, $\frac{a + 3ab + b}{a - ab + b}$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3, \frac{a+b}{ab} = 3$$

$$\therefore 3ab = a + b$$

$$\begin{aligned} \frac{a + 3ab + b}{a - ab + b} &= \frac{3ab + 3ab}{3ab - ab} \\ &= \frac{6ab}{2ab} \\ &= 3 \end{aligned}$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -5 \\ 5x + cy = 7 \end{cases}$ 을 푸는데 c 를 잘못 보아 $x = 0, y = 1$

을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x = 3, y = 4$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} ax + by = -5 & \dots\dots \textcircled{㉠} \\ 5x + cy = 7 & \dots\dots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서 옳은 해가}$$

$x = 3, y = 4$ 이므로

$$3a + 4b = -5 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

㉡에 대입을 하면 $c = -2$ 이고, ㉠은 $x = 0, y = 1$ 도 만족하므로 $a \cdot 0 + b \cdot 1 = -5$ 에서 $b = -5$ 이다. 이것을 ㉢에 대입해서 성립해야 하므로 $a = 5$ 가 나온다.

$$\therefore a + b + c = 5 + (-5) + (-2) = -2$$

20. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 3 & \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ 0.3x + 0.2y = -0.3 & \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$ 의 해로 알맞은 것은?

① $x = -6, y = -3$

② $x = -3, y = 6$

③ $x = 6, y = 3$

④ $x = -3, y = -6$

⑤ $x = 3, y = -6$

해설

㉠ $\times 4$, ㉡ $\times 10$ 을 하면

$$\begin{cases} 2x - y = 12 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 4x - 2y = 24 \\ +) 3x + 2y = -3 \\ \hline 7x \quad = 21 \end{array}$$

$\therefore x = 3$

$x = 3$ 을 $2x - y = 12$ 에 대입하면 $6 - y = 12$

$\therefore y = -6$

21. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - \frac{3}{y-1} = 15 \\ \frac{6}{x-1} + \frac{2}{y-1} = 1 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{3}$

▷ 정답 : $y = \frac{3}{4}$

해설

$\frac{1}{x-1} = A, \frac{1}{y-1} = B$ 라고 하면

$$\begin{cases} 2A - 3B = 15 & \dots \text{①} \\ 6A + 2B = 1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① $\times 3 -$ ② 를 하면

$$A = \frac{3}{2}, B = -4$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{3}{2} \therefore x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{y-1} = -4 \therefore y = \frac{3}{4}$$

22. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = \frac{3}{2} \\ -y + 4x = 6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을

구하면?

① $a = 1, b = -\frac{1}{4}$

② $a = -1, b = -\frac{1}{4}$

③ $a = 2, b = \frac{1}{6}$

④ $a = 2, b = -\frac{1}{6}$

⑤ $a = -2, b = -\frac{1}{6}$

해설

식을 정리하면

$$\begin{cases} ax + by = \frac{3}{2} \\ 4x - y = 6 \end{cases} \text{ 에서}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{-1} = \frac{\frac{3}{2}}{6} \text{ 이어야 하므로}$$

$$6a = \frac{3}{2} \times 4 \text{ 에서 } a = 1, 6b = \frac{3}{2} \times (-1) \text{ 에서 } b = -\frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

23. $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이다. a 가 10미만인 홀수일 때, $a + b$ 의 값은?

① 28

② 29

③ 30

④ 31

⑤ 32

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고 a 가 10 미만의 홀수이므로 a 는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.

$$\text{또한 } \frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a + b = 9 + 20 = 29$$

24. $x = 0.\dot{2}$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + 1}}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1+x}{x}}} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{1+x}} = \frac{1}{x} + \frac{1+x}{x} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1\end{aligned}$$

$$x = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1 = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 1 = 10$$

25. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 를 만족하는 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$$

$$3^2 \times (3^2)^2 = 3^3 \times 3^a$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^{3+a}$$

$$\therefore a = 3$$

26. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. 이 때, $n \times 9! \times 6! \times 3!$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$n \times 9! \times 6! \times 3!$$

$$\begin{aligned} &= n \times (9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &\quad \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) \\ &= n \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &\quad \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= n \times 2^{12} \times 3^7 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은 $3 \times 7 = 21$ 이다.

$$\therefore n = 21$$

27. $13^{2009} + 16^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

13 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

따라서 13^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 2009 를 4 로 나눈 나머지가 1 이므로 3 이다.

6 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 항상 6 이므로

16^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 6 이다.

따라서 $13^{2009} + 16^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 각각의 일의 자리의 숫자를 더한 $3 + 6 = 9$ 이다.

28. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\ &= (x^2 - y^2)^{999} \\ &= 1^{999} = 1\end{aligned}$$

$$A \times (x + y)^{999} = 1$$

$$\therefore (x + y)^{999} = \frac{1}{A}$$

29. x, y 가 자연수일 때, 미지수가 2개인 일차방정식 $x + 3y = 10$ 의 해에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

① $(4, 2)$ 는 해이다.

② 해의 그래프는 직선이다.

③ 해는 무수히 많다.

④ $(1, 3)$ 은 그래프 위의 한 점이다.

⑤ 해의 집합을 A 라 할 때, $n(A) = 4$

해설

해는 $(1, 3), (4, 2), (7, 1)$ 의 3 쌍이다.

30. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ \frac{x}{2} - \frac{2}{3}(x-y) = -\frac{1}{6} \end{cases}$ 의 해를 x, y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

① $\frac{36}{11}$

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ \frac{x}{2} - \frac{2}{3}(x-y) = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x - 4(x-y) = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ -x + 4y = -1 \end{cases} \quad \text{을 풀면}$$

$$\therefore x = 5, y = 1$$

$$\therefore x + y = 6$$