

1. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$

② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$

③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$

④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

2. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x + 1$

② $-x + 1$

③ $5x + 1$

④ $x + 1$

⑤ $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$ 을 $x^2 + 2$ 로 직접 나누어서 구한다.

몫 : $2x$, 나머지 : $-7x + 1$

3. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $a - b + c$ 의 값은?

- ① 6
- ② 5
- ③ 3
- ④ 1
- ⑤ 0

해설

우변을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $ax^2 - (2a - b)x + a - b + c = 3x^2 + 2x + 1$
계수를 비교하면
 $a = 3, 2a - b = -2, a - b + c = 1$
 $a = 3, b = 8, c = 6$
 $a - b + c = 3 - 8 + 6 = 1$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $1 = a - b + c$

4. 등식 $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 에서 $4x+4yi = 8-2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$4x = 8, 4y = -2$$

$$\therefore x = 2, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore xy = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

5. $\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}}$ 를 간단히 하면?

- ① $-\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$ ② $\frac{1}{9} + \frac{4\sqrt{5}}{9}i$ ③ $1 - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$
④ $1 + 4\sqrt{5}i$ ⑤ $-1 - 4\sqrt{5}i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}} &= \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 + \sqrt{5}i} \times \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 - \sqrt{5}i} \\ &= \frac{4 - 4\sqrt{5}i - 5}{4 + 5} \\ &= -\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i\end{aligned}$$

6. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$

주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로

$x^2 + y^2 = 4$

7. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

8. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

9. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

10. 이차함수 $y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x) = 9x^2 + 12x - 1$$

$$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$$p = -\frac{2}{3}, q = -5$$

$$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$$

11. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡

오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢

주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉤

x^3 의 계수는 3이다.
- ㉥

상수항은 -4 이다.

- ①

㉠, ㉢
- ②

㉠, ㉡, ㉢
- ③

㉠, ㉡
- ④

㉠, ㉢, ㉤, ㉥
- ⑤

㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤

x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉥

상수항은 $5y - 4$ 이다.

12. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면 $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

13. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는

$$(a-b+16)x+4b-8$$

$$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\textcircled{㉠}$$

$\textcircled{㉠}$ 이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a-b+16=3, 4b-8=4$$

$$\therefore a=-10, b=3$$

$$\therefore a+b=-7$$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를

비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

14. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

15. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
 $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 로 나누어 떨어진다.
 $f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots \textcircled{\text{A}}$
 $f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{\text{B}}$
 $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 으로부터 $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$
 $\therefore a + b = 0$

16. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$
 $\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

17. 이차방정식 $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,
 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0$ 에서
 $(k - 2)(k - 10) = 0$
따라서, $k = 2, k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

18. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{4}{3}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2 = 0$$

19. $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때 $a+b+c+d$ 를 구하면?

① 16 ② -16 ③ 15 ④ 18 ⑤ 0

해설

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 에서
 $x^2+5x=t$ 로 치환하면
(준식) $= (t+4)(t+2)-24$
 $= t^2+6t+8-24 = t^2+6t-16$
 $= (t+8)(t-2)$
이 때 $t = x^2+5x$ 이므로
 $\therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$
 $\therefore a=5, b=8, c=5, d=-2$
 $a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16$

20. $a^4 - 7a^2 + 9$ 를 인수분해하면?

① $(a^2 + a + 3)(a^2 - a + 3)$

② $(a^2 - 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

③ $(a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)$

④ $(a^2 + 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

⑤ $(a^2 + a - 3)(a^2 - 2a - 3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^4 - 6a^2 + 9) - a^2 \\ &= (a^2 - 3)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)\end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 6x + 4 = 0$

② $x^2 - 3x + 4 = 0$

③ $x^2 + 6x + 5 = 0$

④ $x^2 + 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 5 = 0$

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

두 근의 합 : $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$

$$= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3 + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 + 3 = 6$$

두 근의 곱 : $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$

$$= \alpha\beta + 1 + 1 + \frac{1}{\alpha\beta} = \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + 2 = 4$$

$\therefore$ 방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$

22. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면?
(단, $x > 0$)

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

23. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z\bar{z} = 5$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right)$ 를 간단히 하면?

- ① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= 5, \quad \bar{z} = \frac{5}{z} \\ \therefore \frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a \end{aligned}$$