

1. 다음 중에서  $x = 0$ 과  $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

①  $x(x+2) = 0$

②  $x(x-2) = 0$

③  $(x-1)(x+2) = 0$

④  $(x-2)^2 = 0$

⑤  $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과  $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

2.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때,  $a$ 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

3. 두 이차방정식  $x^2 + ax - 5 = 0$  과  $2x^2 - 7x - 3b = 0$  의 공통인 근이 5 일 때,  $a + b$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

각 이차방정식에  $x = 5$  를 대입하면  
 $25 + 5a - 5 = 0$  ,  $a = -4$   
 $2 \times 5^2 - 7 \times 5 - 3b = 0$  ,  $b = 5$   
따라서  $a + b = (-4) + 5 = 1$  이다.

4. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$x^2 - 8x + 15 = 0, 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 8x + 15 &= 0 \\(x - 5)(x - 3) &= 0 \\ \therefore x &= 5 \text{ 또는 } x = 3 \\2x^2 - 9x + 9 &= 0 \\(2x - 3)(x - 3) &= 0 \\ \therefore x &= \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3\end{aligned}$$

따라서 공통인 해는  $x = 3$  이다.

5. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$$(x-3)^2 = 25$$

- ① 8      ② -8      ③ 2      ④ -2      ⑤ 5

해설

$$x-3 = \pm\sqrt{25}, x = 3 \pm 5$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -2$$

6. 이차방정식  $3(x+3)^2 = 6$  의 해가  $x = A \pm \sqrt{B}$  일 때,  $A+B$  의 값은?  
(단,  $A, B$  는 유리수)

- ① 5      ② 3      ③ 1      ④ -1      ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= 2 \\ x+3 &= \pm\sqrt{2} \\ x &= -3 \pm \sqrt{2} \\ A &= -3, B = 2 \\ \therefore A+B &= -1\end{aligned}$$

7. 이차방정식  $3(x-4)^2-9=0$  의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$3(x-4)^2-9=0$$

$$(x-4)^2=3$$

$$x=4\pm\sqrt{3}$$

$$\therefore (4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=16-3=13$$

8. 이차방정식  $2(x-1)^2 = 6$  의 두 근의 합은?

①  $-10$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $-2$

④  $2$

⑤  $4$

해설

$$2(x-1)^2 - 6 = 0$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$$

9. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

- ①  $2 \pm \sqrt{2}$       ②  $3 \pm \sqrt{2}$       ③  $3 \pm \sqrt{3}$   
④  $2 \pm \sqrt{3}$       ⑤  $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x &= -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4 \\(x-2)^2 &= 2 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

10. 다음 중 이차방정식과 해가 알맞게 짝지어진 것은?

①  $(x-3)^2 = 2 \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$

②  $2(x+1)^2 = 6 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$

③  $x^2 + 2x = 1 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

④  $x^2 + 4 = -6x \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{3}$

⑤  $x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

①  $x = 3 \pm \sqrt{2}$

③  $(x+1)^2 = 2, x = -1 \pm \sqrt{2}$

④  $(x+3)^2 = 5, x = -3 \pm \sqrt{5}$

⑤  $(x+4)^2 = 11, x = -4 \pm \sqrt{11}$

11. 다음 중  $x$  에 관한 이차방정식인 것은?

①  $2x^2 + 1 = (2x - 1)(x + 3)$

②  $(x - 1)(x + 1) = (x + 1)^2$

③  $-3(x^2 + x) = 2x - 3x^2 + 1$

④  $x^2 + 1 = (x - 1)(2 - x)$

⑤  $x(x^2 - 5) = (x + 1)(x + 2)$

해설

① 정리하면  $5x - 4 = 0$  : 일차방정식

② 정리하면  $x + 1 = 0$  : 일차방정식

③ 정리하면  $5x + 1 = 0$  : 일차방정식

④ 정리하면  $2x^2 - 3x + 3 = 0$  : 이차방정식

⑤ 정리하면  $x^3 - x^2 - 8x - 2 = 0$  : 삼차방정식

12.  $2(x-1)^2+3=ax^2-4x+5$  가 이차방정식일 때,  $a$  의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$2(x^2-2x+1)+3=ax^2-4x+5$$

$$2x^2-4x+2+3=ax^2-4x+5$$

$$(2-a)x^2=0$$

$$\therefore a \neq 2$$

13. 다음 중  $\frac{3}{4}$ ,  $-5$  를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

①  $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$       ②  $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③  $(4x - 3)(x + 5) = 0$       ④  $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤  $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$ ,  $-5$  를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

14.  $-2 \leq x \leq 2$ 인 정수  $x$ 에 대하여 이차방정식  $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해의 개수는?

① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

$-2 \leq x \leq 2$ 에서  $x$ 의 값은  $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로  
 $x = -2$ 일 때,  $(-2)^2 - 5 \times (-2) + 6 = 20 \neq 0$  (거짓)  
 $x = -1$ 일 때,  $(-1)^2 - 5 \times (-1) + 6 = 12 \neq 0$  (거짓)  
 $x = 0$ 일 때,  $0^2 - 5 \times 0 + 6 = 6 \neq 0$  (거짓)  
 $x = 1$ 일 때,  $1^2 - 5 \times 1 + 6 = 2 \neq 0$  (거짓)  
 $x = 2$ 일 때,  $2^2 - 5 \times 2 + 6 = 0$  (참)  
따라서 해는  $x = 2$ 로 1개이다.

15. 이차방정식  $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 한 근이  $x = -2$ 이고,  $x^2 + 3x + b = 0$ 의 한 근이  $x = -1$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 2 = 0$ 에  $x = -2$ 를 대입하면,

$$4 - 2a - 2 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$x^2 + 3x + b = 0$ 에  $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 - 3 + b = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = 2$$

16. 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때,  $a - b$ 의 값은?

- ① 1      ② -2      ③ 2      ④ 10      ⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면  $2 + a + b = 0$   
 $x = 2$ 를 대입하면  $8 + 2a + b = 0$   
두 방정식을 연립하여 풀면  $a = -6, b = 4$   
 $\therefore a - b = -10$

17.  $x$ 에 관한 이차방정식  $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

**해설**

이차방정식이므로  $a-1 \neq 0$  즉  $a \neq 1$   
한 근  $x=1$ 을 주어진 방정식에 대입하면  
 $(a-1) - (a^2+1) + 2a = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$   
 $(a-1)(a-2) = 0, a = 1$  또는  $a = 2$   
 $a \neq 1$ 이므로  $a = 2$   
따라서 주어진 방정식은  $x^2 - 5x + 4 = 0$   
 $(x-4)(x-1) = 0$   
 $x = 1$  또는  $x = 4$   
따라서 다른 한 근은  $x = 4$ 이다.

18. 이차방정식  $x^2 + 2ax + b - 1 = 0$ 의 해가 3일 때,  $b - a$ 의 값은?

- ① 13      ② 12      ③ 10      ④ 11      ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2ax + b - 1 &= (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ 이어야 하므로} \\2a &= -6, a = -3 \\b - 1 &= 9, b = 10 \\ \therefore b - a &= 10 - (-3) = 13\end{aligned}$$

19. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

①  $x^2 = 0$

②  $x(x-6) + 9 = 0$

③  $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④  $x^2 - 1 = 0$

⑤  $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④  $x^2 = 1$ 이므로  $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

20. 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$  이 중근  $x = 1$  을 갖는다고 할 때,  $a, b$  의 값은?

①  $a = -4, b = 4$

②  $a = 2, b = -4$

③  $a = -4, b = 2$

④  $a = -4, b = -2$

⑤  $a = 4, b = 2$

해설

중근 1 을 가지려면

$$(x-1)^2 = 0$$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 2$$

21.  $x$  에 관한 이차방정식  $x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$  이 중근을 가질 때, 다음 중  $a$  의 값과 근을 구하면?

①  $a = -3, x = 3$

②  $a = 4, x = 4$

③  $a = -4, x = -3$

④  $a = 5, x = 4$

⑤  $a = 5, x = -2$

해설

$$x^2 - 8x + 2a + 6 = 0$$

$$(x - 4)^2 - 16 + 2a + 6 = 0$$

중근을 가지므로  $-10 + 2a = 0$ 이다.

$$\therefore a = 5$$

중근  $x = 4$  이다.

22. 이차방정식  $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$  이 중근을 갖도록  $m$  의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라. (단,  $m > 0$ )

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $m = 12$

▷ 정답:  $x = -6$

해설

$x^2 + mx + 2m + 12 = 0$  이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 2m + 12$$

$$m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$(m - 12)(m + 4) = 0$$

$$m = 12 (\because m > 0)$$

$$x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 = 0$$

$$(x + 6)^2 = 0$$

$$\therefore x = -6(\text{중근})$$

23. 이차방정식  $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$  의 해가  $x = 8$  또는  $x = -2$  일 때,  $a, b$  의 값을 구하여라.

①  $a = -3, b = -25$

②  $a = -3, b = 25$

③  $a = 3, b = -25$

④  $a = 3, b = 25$

⑤  $a = 3, b = 5$

해설

$$\begin{aligned}x - a &= \pm \sqrt{b} \\x &= a \pm \sqrt{b} \\a + \sqrt{b} &= 8, a - \sqrt{b} = -2 \\ \text{두 식을 변끼리 더하면} \\2a &= 6, a = 3 \\ \sqrt{b} &= 5, b = 25 \\ \therefore a &= 3, b = 25\end{aligned}$$

24. 이차방정식  $3(x+2)^2 = 6$  의 두 근의 합을 구하면?

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

해설

$$3(x+2)^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$x+2 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{2}$$

따라서 두 근의 합은  $-4$  이다.

25. 이차방정식  $x^2 + 5x - 9 = 0$  을  $(x + P)^2 = Q$  의 꼴로 고칠 때,  $P + 2Q$  의 값을 구하면?

- ① -33    ② -12    ③ -4    ④ 0    ⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

26.  $3x^2 - ax + 3 = 0$  의 한 근이  $2 + \sqrt{3}$  이다. 이때,  $a$  의 값과 나머지 한 근은?

①  $a = 10, x = 2 + \sqrt{3}$

②  $a = 10, x = 2 - \sqrt{3}$

③  $a = 12, x = 2 + \sqrt{3}$

④  $a = 12, x = 2 - \sqrt{3}$

⑤  $a = 14, x = 2 - \sqrt{3}$

해설

$$3(2 + \sqrt{3})^2 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 = 0$$

$$12 + 12\sqrt{3} + 9 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 = 0$$

$$a(2 + \sqrt{3}) = 24 + 12\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{24 + 12\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 12$$

$$3x^2 - 12x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2 - \sqrt{3}$$

27. 이차방정식  $x^2 + a = 0$  의 근이 존재할 때, 다음 중  $a$  의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 12      ② 0      ③ -3      ④ -5      ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면  $-a \geq 0, a \leq 0$

28. 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여  $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$  이라 한다. 이 때,  $abc$  의 값은?

- ① 100      ② 120      ③ 240      ④ -120      ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여 성립하므로  $x$  에 대한  
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

29.  $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고  $x$ 는 자연수일 때,  $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

- ①  $x = 0, x = 1$       ②  $x = 2$       ③  $x = 2, x = 3$   
④  $x = 3$       ⑤  $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$  에서  $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$   
따라서  $x$ 의 값은 1, 2이다.  
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는  $x = 2, x = 3$ 이므로 해는  $x = 2$ 가 된다.

30. 부등식  $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때,  $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{11}{30}$

해설

부등식  $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

31. 다음 중  $(a-2)(b+1) = 0$ 을 만족하는  $a, b$ 를 모두 고른 것은?

㉠ $a = 2, b = 1$	㉡ $a = 3, b = 1$
㉢ $a = 1, b = -1$	㉣ $a = 2, b = -1$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉣  
④ ㉠, ㉣                ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣

**해설**  
 $a - 2 = 0$  또는  $b + 1 = 0$   
 $a = 2$  또는  $b = -1$   
따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

32. 이차방정식  $x^2 - 2x - 3 = 0$  의 두 근을 각각  $m, n$  이라고 할 때,  $m+1, n+1$  을 두 근으로 하는 이차방정식은  $x^2 + ax + b = 0$  이다. 이 때,  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x-3)(x+1) = 0$$

$x = 3$  또는  $x = -1$  이므로

$m+1, n+1$  은 각각 4 또는 0 이므로

$x^2 + ax + b = 0$  식에  $x = 4$  와  $x = 0$  을 대입하여 정리하면

$a = -4, b = 0$  이다.

따라서  $ab = 0$  이다.

33. 임의의 실수  $x$ 의 정수 부분이  $a$  일 때,  $[x] = a$ 로 나타내기로 한다.

$2 \leq x < 3$  일 때, 방정식  $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

- ①  $\frac{5}{2}$       ②  $\frac{7}{3}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $-2$       ⑤  $-\frac{5}{2}$

**해설**

$2 \leq x < 3$  이므로  $[x] = 2$ 이다.

$[x] = 2$ 를 대입하면  $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면

$(2x - 5)(x + 2) = 0$ 이다.

$\therefore x = \frac{5}{2}$  ( $\because 2 \leq x < 3$ )

34. 두 이차방정식  $x^2 - 10x + a = 0$ ,  $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b = 12$

해설

주어진 식에  $x$  대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0, a = 21$$

$$3^2 + b = 0, b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

35. 이차방정식  $(x+5)(m-x) = n$ 이 중근  $x = -3$ 을 가질 때,  $m+n$ 의 값을 구하여라.(단,  $m, n$ 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + (5-m)x - 5m + n = 0$ 과  $(x+3)^2 = 0$ 에서  
 $(x+3)^2 = 0$ 을 전개한 후,  $x$ 의 계수와 상수항을 비교해 보면  
 $5-m = 6, m = -1$   
 $-5m + n = 9, n = 4$   
 $\therefore m+n = 3$

36. 이차방정식  $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$  을  $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$  의 꼴로 나타낼 때,

$mn$  의 값은?

- ① 21      ② -21      ③ 27      ④ -27      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

37. 다음 이차방정식  $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$  의 해가  $x = 7 \pm \sqrt{b}$  일 때,  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서  $a = 7$ ,  $b = 10$  이므로  $ab = 70$  이다.

38. 이차방정식  $2x^2 - 7x + 2 = 0$  의 두 근 중에서 큰 것을  $m$  이라 하면  $n < m < n + 1$  이다. 정수  $n$  의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 2 = 0, & 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2 \\ 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) &= -2 + \frac{49}{8} \\ 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 &= \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \\ x &= \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} \\ \therefore m &= \frac{7 + \sqrt{33}}{4} \\ 5 < \sqrt{33} < 6 \\ \frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, & 3 < m < 3.25 \\ 3 < m < 4 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

39. 이차방정식  $2x^2 - 4x - 3 = 0$  을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을  $m$ , 큰 근을  $n$  이라 할 때,  $a < m < a + 1$ ,  $b < n < b + 1$  을 만족하는 정수  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면  $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$  이고  $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$ , 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x-1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근  $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$  이고,  $-1 < m < 0$  이므로  $a = -1$  이다.

큰 근  $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$  이고,  $2 < n < 3$  이므로  $b = 2$  이다.

따라서  $a = -1, b = 2$  이다.

40. 이차방정식  $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ②  $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③  $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④  $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤  $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$  : 근이 0개

$k = 3$  : 근이 1개

$3 < k$  : 근이 2개

41. 이차방정식  $x^2 + 2x + A = 0$  의 근이  $x = 2$  또는  $x = -4$  일 때,  $A$  의 값을 구하여라.

- ① -8      ② -6      ③ -2      ④ 6      ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

42.  $x$  에 관한 이차방정식  $ax^2 + px + ap + q = 0$  이  $a$  의 값에 관계없이 항상  $x = 2$  의 근을 가질 때,  $p + q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$  를 대입하면  
 $4a + 2p + ap + q = 0$   
 $(4 + p)a + 2p + q = 0$   
 $a$  의 값에 관계없이 항상 성립하므로  
 $4 + p = 0, 2p + q = 0$   
 $p = -4, 2p + q = 0, q = 8$   
 $\therefore p + q = -4 + 8 = 4$

43. 이차방정식  $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21      ② 35      ③ 60      ④ 96      ⑤ 140

해설

$$\begin{aligned}x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0 \\ \text{이 식에 } x = \alpha, \beta \text{ 를 각각 대입하면} \\ \alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5 \\ \beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5 \\ \therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96\end{aligned}$$

44. 직선  $ax - 2y = -8$  이 점  $(a - 2, a^2)$  을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$  이 점  $(a - 2, a^2)$  을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$  일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

45.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$  이고,  $k = f(49) + f(50) + f(51) + \dots + f(79) + f(80)$  이다.

$k$  가  $x$  에 관한 이차방정식  $(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$  의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{8}{3}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x}$$

$$= \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$k = f(49) + f(50) + f(51) + \dots + f(79) + f(80)$$

$$= \sqrt{50} - \sqrt{49} + \sqrt{51} - \sqrt{50}$$

$$+ \dots + \sqrt{81} - \sqrt{80}$$

$$= -\sqrt{49} + \sqrt{81}$$

$$= -7 + 9 = 2$$

$(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$  에  $x=2$  를 대입하면

$$4a + 20 + 2a^2 - 4 + 4a - 8 = 0$$

$$2a^2 + 8a + 8 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$  를 식에 대입하면

$$3x^2 + 2x - 16 = 0, \quad (x-2)(3x+8) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3}$$

46. 이차방정식  $x^2 + 3x - 5 = 0$  의 한 근이  $p$  일 때,  $\frac{p^3 + 3p^2 + 15}{p + 3}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 + 3x - 5 = 0$  에  $x = p$  를 대입하면  
 $p^2 + 3p - 5 = 0$ ,  $p^2 + 3p = 5$   
주어진 식을 변형하여  $p^2 + 3p = 5$  를 대입하면

$$\begin{aligned}\frac{p^3 + 3p^2 + 15}{p + 3} &= \frac{p(p^2 + 3p) + 15}{p + 3} \\ &= \frac{5p + 15}{p + 3} \\ &= \frac{5(p + 3)}{p + 3} \\ &= 5\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{p^3 + 3p^2 + 15}{p + 3} = 5$$

47. 세 개의 이차방정식  $x^2 - (1+p)x + p = 0$ ,  $x^2 - (q-1)x - q = 0$ ,  $x^2 - 2(p+2q)x + 8pq = 0$  은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때,  $p-4q-1$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}x^2 - (1+p)x + p &= 0, x = 1, x = p \cdots \textcircled{A} \\x^2 - (q-1)x - q &= 0, x = -1, x = q \cdots \textcircled{B} \\x^2 - 2(p+2q)x + 8pq &= 0, x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{C}\end{aligned}$$

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,  
①에서 공통근은  $x = p$   
②에서  $2p \neq p$  이므로 공통근은  $x = 4q$   
③에서  $q \neq 4q$  이므로 공통근은  $x = -1$   
 $\therefore p = 4q = -1, p - 4q = 0$   
 $\therefore p - 4q - 1 = -1$

48. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수  $m$ 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

$$\textcircled{1} 4(x+1) = m+3 \qquad \textcircled{2} 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\textcircled{2} 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x^2 + x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{1} 4(x+1) = m+3 \qquad \therefore x = \frac{m-1}{4}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2} < \frac{m-1}{4} < \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2-4\sqrt{3} < m-1 < -2+4\sqrt{3}$$

$$-1-4\sqrt{3} < m < -1+4\sqrt{3}$$

정수  $m$ 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5이다.

$$\therefore -7+5 = -2$$

49. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를  $a$ , 두 번째 뽑힌 숫자를  $b$  로 정했다고 한다. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 근이 1 개일 확률이  $\frac{t}{s}$  라고 할 때,  $t + s$  의 값을 구하여라. (단,  $t, s$  는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

**해설**

중근을 가지려면  $x^2 + ax + b = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$$

이를 만족하는  $(a, b)$  를 구하면

$(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$  의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은  $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$  이다.

$\therefore t = 1, s = 25$  이므로  $t + s = 26$  이다.

50. 이차방정식  $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$  의 양의 근을  $\alpha$  라고 할 때,  $3\alpha^2 - 3\alpha$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $11 + \sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$  의 양변에  $12x$  를 곱하면

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

$\alpha$  는 양의 근이므로  $\alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$