

1. 다음에 알맞은 수로만 구성된 것은?

- ㉠

제공하여 25 가 되는 수
- ㉡

제공하여 16 이 되는 수
- ㉢

제공하여 1 이 되는 수
- ㉣

제공하여 0 이 되는 수
- ㉤

제공하여 -9 가 되는 수

- ① ㉠ 5, ㉡ 4, ㉢ 1, ㉣ 0, ㉤ -3
- ② ㉠ ±5, ㉡ ±4, ㉢ ±1, ㉣ 0, ㉤ 3
- ③

㉠ ±5, ㉡ ±4, ㉢ ±1, ㉣ 0, ㉤ 없다
- ④ ㉠ 5, ㉡ ±4, ㉢ ±1, ㉣ 0, ㉤ 없다
- ⑤ ㉠ ±5, ㉡ ±4, ㉢ 1, ㉣ 0, ㉤ 없다

해설

(제공하여 a 가 되는 수) = (a 의 제공근)
제공해서 -9 가 되는 수는 없다.

2. $\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} = a\sqrt{7}$ 일 때, a 의 값은?

① 15

② 20

③ 25

④ 30

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{5 \times 7} \\ &= 30\sqrt{7} \end{aligned}$$

3. 분수 $\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{18}}{\sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면?

① $\frac{10\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{5}$
③ $\frac{15\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{5}$
⑤ $\frac{-15\sqrt{2}+3\sqrt{10}}{5}$

② $\frac{10\sqrt{2}+3\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{15\sqrt{2}+3\sqrt{10}}{5}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{(3\sqrt{10}-\sqrt{18}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{5}$$

4. 다음 두 식 $3x^2 - 8x + 5$, $6x^2 - 7x - 5$ 의 공통인 인수로 알맞은 것을 고르면?

① $3x - 5$

② $x - 1$

③ $2x + 1$

④ $x + 4$

⑤ $3x + 5$

해설

$$3x^2 - 8x + 5 = (3x - 5)(x - 1)$$

$$6x^2 - 7x - 5 = (3x - 5)(2x + 1)$$

공통인 인수 : $3x - 5$

5. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

6. 다음 두 식에 함께 들어있는 공통인 인수를 구하면?

㉠ $x^2 - x - 12$

㉡ $2x^2 - 5x - 12$

- ㉠ $x + 3$
- ㉡ $x - 3$
- ㉢ $2x + 3$
- ㉣ $2x - 3$
- ㉤ $x - 4$

해설

㉠ $x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$

㉡ $2x^2 - 5x - 12 = (2x + 3)(x - 4)$

7. 다음 중 바르지 않은 것을 고르면?

① $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$

② $-\sqrt{\frac{64}{121}} = -\frac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.4)} = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$\sqrt{0.01} = 0.1$

8. 다음 중 무리수인 것은 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{2} + 3, -\sqrt{0.04}, \frac{\pi}{4}$$
$$\sqrt{(-13)^2}, \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{25}}{9}$$

- ① 6 개
- ② 5 개
- ③ 4 개
- ④ 3 개
- ⑤ 2 개

해설

유리수: $-\sqrt{0.04} = -0.2$, $\sqrt{(-13)^2} = 13$,

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = 4, \quad -\frac{\sqrt{25}}{9} = -\frac{5}{9}$$

$\therefore$ 무리수인 것은 $\sqrt{2} + 3, \frac{\pi}{4}$ (2 개)

9. $a = 6 - \sqrt{5}$, $b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b < 0$

② $a - b > 0$

③ $a - 4 < 0$

④ $b - 4 < 0$

⑤ $2a + b > 15$

해설

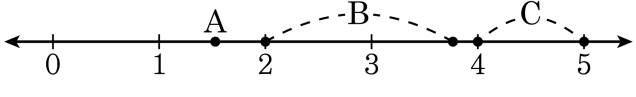
① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$

② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$

④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$

⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13 < \sqrt{15}$

10. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼쪽에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

11. $a = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$$

- ① $2(2 - \sqrt{3})$ ② $2(1 + \sqrt{3})$ ③ $2(2 + \sqrt{3})$
④ $4 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$a = 2 - \sqrt{3}$ 이면 $0 < a < 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 2(2 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

12. $3x^2 - 14xy + 8y^2 = (ax + by)(cx + dy)$ 일 때, 네 정수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?(단, $a > 0, c > 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$3x^2 - 14xy + 8y^2 = (3x - 2y)(x - 4y)$$

$$a = 3, b = -2, c = 1, d = -4$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

13. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$
$$B = a^3 - ab^2$$

- ① 식 A 의 인수는 7 개이다.
- ② $(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③ 식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$
 $B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$
식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.
식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

14. 다음 중 $x^2(x+3)^2 - 22x(x+3) + 72$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} x+3 &= t \text{로 치환하면} \\ t^2x^2 - 22tx + 72 \\ &= (tx-4)(tx-18) \\ &= (x^2+3x-4)(x^2+3x-18) \\ &= (x-1)(x+4)(x+6)(x-3) \\ \therefore a+b+c+d &= -1+4+6-3=6 \end{aligned}$$

15. $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수를 모두 찾으시오.

㉠ $x - 1$	㉡ $x + 1$	㉢ $x - 2$
㉤ $x + 2$	㉦ $x - 4$	㉧ $x + 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉧

해설

$x^2 + 3x = A$ 라고 하자.
 $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$
 $= (A + 3)(A - 5) + 7$
 $= A^2 - 2A - 15 + 7$
 $= A^2 - 2A - 8$
 $= (A + 2)(A - 4)$
 $= (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4)$
 $= (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + 4)$
따라서 $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수는 $x + 1, x + 2, x - 1, x + 4$ 이다.

16. $(a + 2b)^2 - 25c^2 = (a + \square b + \square c)(a + \square b - \square c)$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & (a + 2b)^2 - 25c^2 \\ &= (a + 2b)^2 - (5c)^2 \\ &= (a + 2b + 5c)(a + 2b - 5c) \end{aligned}$$

17. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

- ① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

18. $x^2 - 4x - 9y^2 + 4$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 골라라. (단, $a > 0, b > 0$)

- ☐

$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
- ☐

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ☐

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ☐

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ☐

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ☐

▶ 정답 : ☐

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4x - 9y^2 + 4 \\ &= (x^2 - 4x + 4) - 9y^2 \\ &= (x - 2)^2 - (3y)^2 \cdots \textcircled{\text{B}} \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2 + 3y)(x - 2 - 3y) \cdots \textcircled{\text{D}} \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \\ &= (x + 3y - 2)(x - 3y - 2) \end{aligned}$$

19. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

20. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60-36}{2} = 12$$

$$M-2m = 30-2 \times 12 = 6$$

21. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

22. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 12$

해설

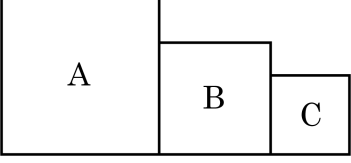
$$\begin{aligned}\text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

23. 다음 그림에서 사각형 A, B, C 는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B 는 C 의 2 배, A 는 B 의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 2cm^2 일 때, C 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서, C 의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ 이다.

24. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

25. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$

의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

26. $x = \sqrt{3 + 3\sqrt{5}}, y = \sqrt{2 - 2\sqrt{5}}$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $30 + 26\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \text{ 이고} \\x^2 &= 3 + 3\sqrt{5}, y^2 = 2 - 2\sqrt{5} \text{ 이므로} \\\therefore x^4 - y^4 &= (3 + 3\sqrt{5} + 2 - 2\sqrt{5})(3 + 3\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5}) \\&= (5 + \sqrt{5})(1 + 5\sqrt{5}) \\&= 30 + 26\sqrt{5}\end{aligned}$$

27. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

- ① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$ ② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$ ③ $-14-2\sqrt{10}$
④ $14+2\sqrt{10}$ ⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

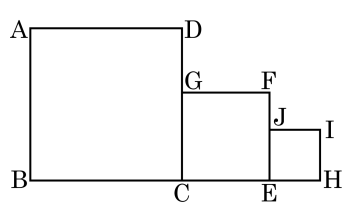
$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned}\frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3}\end{aligned}$$

28. 다음 그림에서 $\square ABCD$, $\square CEFG$, $\square EHIJ$ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1, S_2, S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?

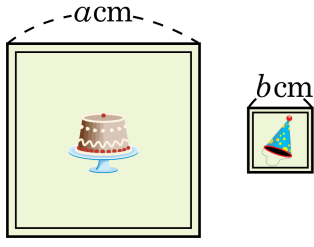


- ① $\frac{13}{9}$
 ② $4 - \sqrt{3}$
 ③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{7}{3}$
 ⑤ $\frac{4 + \sqrt{3}}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 1 \text{ 이므로, } \overline{BC} = 1, \\
 S_2 &= \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\
 S_3 &= \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}, \overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \\
 \therefore \overline{BH} &= \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 + \sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

29. 한 변의 길이가 각각 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm 이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



- ① 5 cm ② 20 cm ③ 40 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

$4(a + b) = 80$ 이므로 $a + b = 20$
 $a^2 - b^2 = 100$ 이므로 $(a + b)(a - b) = 100$
 $a - b = 5$
 $\therefore 4(a - b) = 4 \times 5 = 20$

30. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\x^3 + y^3 &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로} \\ \therefore x + y &= 3 \\x^2 + y^2 &= 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서} \\x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\6 &= 3^2 - 2xy \\ \therefore xy &= \frac{3}{2} \\x^2 + y^2 &= 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서} \\x^2 + y^2 &= (x - y)^2 + 2xy \\6 &= (x - y)^2 + 3 \\ \therefore x - y &= \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)} \\ \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\&= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3}\end{aligned}$$

31. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\begin{aligned} a &= -\sqrt{5}, b = \sqrt{2} \\ \sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2+3(\sqrt{2})^2} \\ &\quad -\sqrt{\left\{(-\sqrt{5})^2\times(\sqrt{2})^2\right\}^2} \\ &= \sqrt{-5+6}-\sqrt{(5\times 2)^2} \\ &= 1-10=-9 \end{aligned}$$

32. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

- ① $2xy$ ② xy ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
 $\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.
 $xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$
 $yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$
 $\therefore |xy - yz| = \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$
 $= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$
 $= -2xy$

33. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $n= 11$
- ▷ 정답 : $n= 41$
- ▷ 정답 : $n= 91$

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \leq n \leq 99$
 $\therefore 9 \leq n-1 \leq 98$
 $\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는
 $n-1 = 10 \times 1^2, 10 \times 2^2, 10 \times 3^2, \dots$
이때, $9 \leq n-1 \leq 98$ 을 만족해야 하므로
 $n-1 = 10 \times 1^2$ 에서 $n = 11$
 $n-1 = 10 \times 2^2$ 에서 $n = 41$
 $n-1 = 10 \times 3^2$ 에서 $n = 91$
 $\therefore n = 11, 41, 91$

- 35.** $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9 개

해설

$$2 < \sqrt{a+2b} < 3, \quad \sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$$

$$a + 2b = 5, 6, 7, 8$$

$$(a, b) = (1, 2), (3, 1), (4, 1), (1, 3), (3, 2),$$

(5, 1), (2, 3), (4, 2), (6, 1)

따라서 9 개이다.

36. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a + b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a + b + \sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

37. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{500}$ 을 a 를 사용하여 나타내면?

① $10a + 10$

② $10a + 20$

③ $10a$

④ $10a - 10$

⑤ $10a - 20$

해설

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 정수 부분은 2, 소수 부분 $a = \sqrt{5} - 2$

$\therefore \sqrt{5} = a + 2$

$\sqrt{500} = 10\sqrt{5} = 10(a + 2) = 10a + 20$

38. $(x+2)(x+a)-3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라. (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해 된다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 4

해설

$(x+2)(x+a)-3=(x+\alpha)(x+\beta)$ 로 놓으면
 $x^2+(a+2)x+2a-3=x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$
 $a+2=\alpha+\beta$ 에서 $a=\alpha+\beta-2$
 $2a-3=\alpha\beta$ 에서 $a=\frac{\alpha\beta+3}{2}$
 $\therefore \alpha+\beta-2=\frac{\alpha\beta+3}{2}$
 $\alpha\beta-2\alpha-2\beta+7=0$
 $(\alpha-2)(\beta-2)=-3$
 $\alpha-2=\pm 1$ 일 때, $\beta-2=\mp 3$ 이므로
 $(\alpha,\beta)=(3,-1)(1,5)$
 $\therefore a=\alpha+\beta-2$ 에서 $a=0, 4$

39. $x = \sqrt{2009} - 1$ 일 때, $\left(\frac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2}\right)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2009

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2}\right)^2 \\ &= \left\{\frac{x(x^3 - x^2 - x - 2) + x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2}\right\}^2 \\ &= (x + 1)^2 \\ &= (\sqrt{2009} - 1 + 1)^2 \\ &= 2009 \end{aligned}$$

40. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1$ 일 때, $a^4 + b^4 + (a+b)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{1 - ab}{ab}, a^2 + b^2 + ab = 1$$

$$\therefore (a + b)^2 = 1 + ab$$

$$\begin{aligned} \therefore a^4 + b^4 + (a + b)^4 &= a^4 + b^4 + (1 + ab)^2 \\ &= a^4 + b^4 + a^2b^2 + 2ab + 1 \\ &= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= (a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= a^2 + ab + b^2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$