

1. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$$11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 + 19^2 - 21^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -192

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (11 - 13)(11 + 13) + (15 - 17)(15 + 17) + \\ & (19 - 21)(19 + 21) \\ &= -2(24 + 32 + 40) \\ &= -192 \end{aligned}$$

2. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

3. $(x+2)^2 - (x-1)(x+2)$ 를 전개하여 간단히 나타내면?

① $2x^2 + 4x + 6$

② $2x^2 - 4x$

③ $x^2 - 7x + 2$

④ $3x + 6$

⑤ $3x - 6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2) \{x+2 - (x-1)\} \\ &= (x+2) \times 3 = 3x+6\end{aligned}$$

4. $(x-2y)(x-2y-3)-10$ 을 인수분해하면
 $(x-2y+m)(x-2y+n)$ 일 때, mn 의 값은?

① -10 ② 3 ③ 10 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x-2y &= t \text{ 라 하면,} \\t(t-3)-10 &= t^2-3t-10 \\&= (t-5)(t+2) \\&= (x-2y-5)(x-2y+2) \\\therefore m &= -5, n = 2 \\\therefore mn &= -10\end{aligned}$$

5. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면
 $(2x+1)^2 - (x-2)^2$
 $=A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$
 $= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$
 $= (3x-1)(x+3)$
 $\therefore a=-1, b=3$
 $\therefore a+3b=-1+9=8$

6. $n = 10$ 일 때, $\sqrt{n^2 + 6n + 9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\sqrt{(n+3)^2} = n+3 = 10+3 = 13$$

7. $(a - 2b - 3)(a + 2b + 3)$ 을 전개한 식으로 옳은 것은?

① $a^2 + 4b^2 - 12b - 9$

② $a^2 - 4b^2 - 12b + 9$

③ $a^2 - 4b^2 + 12b + 9$

④ $a^2 - 4b^2 - 12b - 9$

⑤ $a^2 + 4b^2 + 12b - 9$

해설

$2b + 3 = A$ 라 치환하면

$$\begin{aligned}(a - A)(a + A) &= a^2 - A^2 \\ &= a^2 - (2b + 3)^2 \\ &= a^2 - (4b^2 + 12b + 9) \\ &= a^2 - 4b^2 - 12b - 9\end{aligned}$$

8. $(2x - 3y)(2x - 3y - 5) + 6$ 을 인수분해하면?

① $(2x - 3y - 2)(2x - 3y + 3)$ ② $(2x + 3y - 2)(2x + 3y - 3)$

③ $(2x - 3y + 2)(2x - 3y + 3)$ ④ $(2x - 3y + 2)(2x - 3y - 3)$

⑤ $(2x - 3y - 2)(2x - 3y - 3)$

해설

$(2x - 3y)$ 를 A 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A - 5) + 6 = A^2 - 5A + 6$$

$$= (A - 2)(A - 3)$$

$$= (2x - 3y - 2)(2x - 3y - 3)$$

9. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7)+a$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5)+a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20)+a\end{aligned}$$
$$x^2+9x=A \text{ 로 치환하면}$$
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20)+a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$
$$17^2=280+a$$
$$\therefore a=9$$

10. 다음 식 $ax - ay - bx + by$ 를 인수분해하면?

① $(x - y)(a - b)$

② $(x - y)(a + b)$

③ $(x + y)(a - b)$

④ $(x + y)(a + b)$

⑤ $-(x - y)(a + b)$

해설

$$(\text{준식}) = a(x - y) - b(x - y) = (x - y)(a - b)$$

11. 다음 중 $4x^2 - 9y^2 - 30y - 25$ 의 인수가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ㉠

$(2x + 3y + 5)$
- ㉡

$(2x - 3y + 5)$
- ㉢

$(2x - 3y - 5)$
- ㉤

$(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$
- ㉥

$(2x + 3y - 5)(2x - 3y + 5)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

$$\begin{aligned} &4x^2 - 9y^2 - 30y - 25 \\ &= 4x^2 - (9y^2 + 30y + 25) \\ &= 4x^2 - (3y + 5)^2 \\ &= (2x)^2 - (3y + 5)^2 \\ &= (2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5) \end{aligned}$$

따라서 인수는 $(2x + 3y + 5)$ 와 $(2x - 3y - 5)$ 와 $(2x + 3y + 5)(2x - 3y - 5)$ 이다.

12. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

13. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$ ② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$
③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$ ④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$
⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

14. $x = \frac{\sqrt{2}+1}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 1$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = \frac{\sqrt{2}+1}{3} \rightarrow 3x - 1 = \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2 \\ = (\sqrt{2})^2 = 2$$

15. $x - y = 4$, $xy = -1$ 일 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 4^2 + 4 \times (-1) \\ &= 16 - 4 \\ &= 12\end{aligned}$$

16. $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2 + \frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\&= 18 - 4 \\&= 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} &= 3\left(x^2 + \frac{12}{x^2}\right) \\&= 3 \times 14 \\&= 42\end{aligned}$$

17. $a + b = 5$ 이고, $ax + bx - 2ay - 2by = 20$ 일 때, $x^2 - 4xy + 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} ax + bx - 2ay - 2by &= x(a + b) - 2y(a + b) \\ &= (a + b)(x - 2y) = 20 \end{aligned}$$

$$5 \times (x - 2y) = 20, \quad x - 2y = 4$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2 = 4^2 = 16$$

18. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$\begin{aligned}x + 4 &= t \text{ 라 하면} \\(t + y)(t - y) - 16x \\&= t^2 - y^2 - 16x \\&= (x + 4)^2 - 16x - y^2 \\&= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\&= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\&= (x - 4)^2 - y^2 \\&= (x + y - 4)(x - y - 4)\end{aligned}$$

19. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\\therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

21. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

22. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab - 3a - 4b + 12 > 0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$$ab - 3a - 4b + 12 = (a - 4)(b - 3) > 0 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \ a - 4 > 0, b - 3 > 0$$

$$\rightarrow a > 4, b > 3$$

$$(a, b) = (5, 4)(5, 5)(5, 6)(6, 4)(6, 5)(6, 6)$$

$$\textcircled{2} \ a - 4 < 0, b - 3 < 0$$

$$\rightarrow a < 4, b < 3$$

$$(a, b) = (1, 1)(1, 2)(2, 1)(2, 2)(3, 1)(3, 2)$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지}$$

$$\text{주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : } 6 \times 6 = 36 \text{ 가지}$$

$$\text{이므로 구하는 확률은 } \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

23. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

- ① $x^2 - x + 1$ ② $x^2 + x - 1$ ③ $x^2 - 2x - 1$
④ $x^2 - x + 3$ ⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21 \\ &= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21 \\ &= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21 \\ & \quad x^2 - x = A \text{ 로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21 \\ & \quad \quad \quad = A^2 - 8A - 9 \\ & \quad \quad \quad = (A - 9)(A + 1) \\ & \quad \quad \quad = (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

24. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= X \text{로 치환하면} \\x^4 - 3x^2 + 1 &= X^2 - 3X + 1 \\&= X^2 - 2X + 1 - X \\&= (X - 1)^2 - X \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x) \\&= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{이므로} \\a &= -1, b = -1, c = 1, d = -1 \text{이거나} \\a &= 1, b = -1, c = -1, d = -1 \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

25. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= a^2 + b^2 + c^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= 0 \\ \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} &= 0 \end{aligned}$$

이때 a, b, c 는 실수이므로

$$\therefore a = b = c$$
$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$

26. 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$2^2 - 4^2 + 6^2 - 8^2 + 10^2 - 12^2 + 14^2 - 16^2$$

- ① -128 ② -132 ③ -144 ④ -156 ⑤ -162

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (2-4)(2+4) + (6-8)(6+8) \\ &\quad + (10-12)(10+12) + (14-16)(14+16) \\ &= -2(6+14+22+30) = -144 \end{aligned}$$

27. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $2x^4 + 3x^2 + x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이므로

$$x^2 = -x - 1$$

$$x^4 = (-x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$= (-x - 1) + 2x + 1 = x$$

$$\begin{aligned} 2x^4 + 3x^2 + x &= 2x + 3(-x - 1) + x \\ &= 2x - 3x - 3 + x = -3 \end{aligned}$$

28. 무리수 p 에 대하여 $p^7 = 1$ 일 때, $(1-p) + (1-p^2) + (1-p^3) + \cdots + (1-p^6)$ 의 값을 구하여라. (단, $p \neq \pm 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} p^7 - 1 &= 0 \text{ 이므로} \\ (p-1)(p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1) &= 0 \text{ 에서} \\ p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1 &= 0 \text{ 이므로} \\ \therefore (1-p) + (1-p^2) + (1-p^3) + \cdots + (1-p^6) \\ &= 6 - (p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p) \\ &= 6 - (-1) \\ &= 7 \end{aligned}$$

29. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.

30. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

(준식)

$$= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x$$

$$= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2)$$

따라서 높이는 $x - 2$ 이다.