

1. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

① 칸토어

② 유클리드

③ 오일러

④ 골드바흐

⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

2. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

3. 다음은 나예빠가 년뎃저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 년뎃저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 년뎃저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답 : 시

▷ 정답 : 3 시

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 년뎃저가 만나는 시간은 3시이다.

4. a 의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이고, b 의 값이 $-5 \leq x \leq 5$ 인 정수 일 때, a, b 의 모든 값 중 원점으로부터 가장 멀리 떨어져 있는 점 중에서 양의 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5 또는 +5

해설

a 의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이고

b 의 값이 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 a, b 의 모든 값을 구하면 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 가 된다. 따라서 가장 멀리 떨어져 있는 점은 5 와 -5 가 된다. 그 중에서 양의 정수는 5가 된다.

5. 다음 두 수의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

$$-\frac{1}{3} \quad \boxed{} \quad -\frac{1}{4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : <

해설

음수는 절댓값이 큰 수가 작다.

6. 다음 중 계산 결과가 -4 인 것은?

① $(-1) - (-4)$

② $(+2) - (-3)$

③ $(-9) - (-5)$

④ $(+8) - (-2)$

⑤ $(-17) - (-4)$

해설

$$\textcircled{3} \quad (-9) - (-5) = (-9) + (+5) = -4$$

7. 다음 중 계산 결과가 다른 것은? (단, n 은 짝수이다.)

① $(-1)^{n+1}$

② $-(-1)^n$

③ -1^n

④ $-(-1)^{n+2}$

⑤ $(-1)^n$

해설

① $(-1)^{n+1} = -1$

② $-(-1)^n = -1$

③ $-1^n = -1$

④ $-(-1)^{n+2} = -1$

⑤ $(-1)^n = 1$

8. 다음 중에서 동류항끼리 묶이지 않은 것은?

① $-\frac{1}{2}y^2, \frac{1}{3}y^2$

② $-a^2b^2, a^2b^2$

③ $3x^2y, -x^2y$

④ $\frac{1}{x}, 5x$

⑤ $-7y, -7y$

해설

④ $\frac{1}{x}, 5x$ 가 문자와 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

9. <보기>의 수 중에서 합성수를 모두 골라라.

보기

2 4 5 7 9 11 12

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 9

▷ 정답: 12

해설

보기의 수 중 합성수는 4, 9, 12 이다.

10. 다음 수 중 21 과 서로소인 수는?

① 6

② 14

③ 18

④ 26

⑤ 35

해설

$$21 = 3 \times 7$$

① 2×3

② 2×7

③ 2×3^2

④ 2×13

⑤ 5×7

21 과의 최대공약수가 1 인 수는 ④이다.

11. 다음 중 18 , $2^2 \times 5$, $3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로, 400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

12. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$2 \times 3^2 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \times 3 \quad \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630$$

$$\text{최대공약수 : } 2 \times 3$$

$$\text{최소공배수 : } 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

13. 다음 계산 과정 중 ㉠과 ㉡에서 사용된 덧셈의 계산 법칙을 올바르게 짝지은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}
 &(-2)-(-6)+(-3) \\
 &=(-2)-(-6)+(-3) \quad \left. \begin{array}{l} \text{㉠} \\ \text{㉡} \end{array} \right\} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\
 &=(+6)+(-2)+(-3) \\
 &=(+6)+\{(-2)+(-3)\} \\
 &=(+6)+(-5) \\
 &=+1
 \end{aligned}$$

- ① ㉠ : 교환법칙, ㉡ : 결합법칙
 ② ㉠ : 교환법칙, ㉡ : 분배법칙
 ③ ㉠ : 결합법칙, ㉡ : 교환법칙
 ④ ㉠ : 분배법칙, ㉡ : 결합법칙
 ⑤ ㉠ : 결합법칙, ㉡ : 분배법칙

해설

덧셈의 계산 법칙

1. 교환법칙 : $a + b = b + a$
2. 결합법칙 : $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$

14. 다음 중 계산 결과가 가장 작은 것은?

① $-2^2 - (-3)^3 + 7$

② $(-4) \times (-5)^2$

③ $(-16) \times (-1)^3 - 19$

④ $18 \div (-3)^2 \times (-1)^2$

⑤ $35 - 14 \times (-2^2)$

해설

$$\begin{aligned}\text{① } -2^2 - (-3)^3 + 7 &= -4 - (-27) + 7 \\ &= -4 + 27 + 7 = 30\end{aligned}$$

$$\text{② } (-4) \times (-5)^2 = (-4) \times (+25) = -100$$

$$\begin{aligned}\text{③ } (-16) \times (-1)^3 - 19 &= (-16) \times (-1) - 19 \\ &= 16 - 19 = -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{④ } 18 \div (-3)^2 \times (-1)^2 &= 18 \div (+9) \times (+1) \\ &= 2 \times (+1) = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{⑤ } 35 - 14 \times (-2^2) &= 35 - 14 \times (-4) \\ &= 35 + 56 = 91\end{aligned}$$

15. $\frac{3}{5}$ 의 역수와 곱하여 -1 이 되는 수는?

① $-\frac{3}{5}$

② $\frac{3}{5}$

③ $-\frac{5}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 1

해설

$$\frac{5}{3} \times x = -1$$

$$x = (-1) \times \frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$$

16. $a \times (-3) \times a \times b \times b \times (-1)$ 을 곱셈 기호를 생략하여 나타내면?

① $-3ab^2$

② a^2b^2

③ $(-3a^2) + (-b^2)$

④ $3a^2b^2$

⑤ $3a^2 + (-b^2)$

해설

곱셈 기호를 생략할 때,

- (1) 숫자는 문자 앞에
- (2) 문자는 알파벳 순서로
- (3) 같은 문자는 거듭제곱의 꼴로
- (4) 문자 앞에 숫자 1 은 생략한다.

따라서 $a \times (-3) \times a \times b \times b \times (-1) = 3a^2b^2$

17. 다음 중 계산의 결과가 $x \div y \div z$ 와 같은 것은?

① $x \div y \times z$

② $x \div (y \div z)$

③ $x \div (y \times z)$

④ $x \times (y \div z)$

⑤ $x \times y \div z$

해설

$$x \div y \div z = x \times \frac{1}{y} \times \frac{1}{z} = \frac{x}{yz}$$

$$\text{① } x \div y \times z = x \times \frac{1}{y} \times z = \frac{xz}{y}$$

$$\text{② } x \div (y \div z) = x \div \frac{y}{z} = x \times \frac{z}{y} = \frac{xz}{y}$$

$$\text{③ } x \div (y \times z) = x \times \frac{1}{yz} = \frac{x}{yz}$$

$$\text{④ } x \times (y \div z) = x \times \frac{y}{z} = \frac{xy}{z}$$

$$\text{⑤ } x \times y \div z = xy \div z = \frac{xy}{z}$$

18. 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{5 - \frac{1}{2}}{3 - \frac{1}{4}}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{18}{11}$

해설

분자는 $5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, 분모는 $3 - \frac{1}{4} = \frac{11}{4}$

따라서 주어진 식은

$$\frac{\frac{9}{2}}{\frac{11}{4}} = \frac{9}{2} \div \frac{11}{4} = \frac{9}{2} \times \frac{4}{11} = \frac{18}{11}$$

19. 농도가 $x\%$ 인 소금물 200 g 과 농도가 $y\%$ 인 소금물 300 g 을 섞었을 때, 이 소금물 속에 들어 있는 소금의 양을 문자를 사용한 식으로 나타내면?

① $(2x + 3y)g$

② $(20x + 30y)g$

③ $(200x + 300y)g$

④ $6xyg$

⑤ $60000xyg$

해설

i) 농도가 $x\%$ 인 소금물 200 g 의 소금의 양

$$\frac{x \times 200}{100} = \frac{200x}{100} = 2x(g)$$

ii) 농도가 $y\%$ 인 소금물 300 g 의 소금의 양

$$\frac{y \times 300}{100} = \frac{300y}{100} = 3y(g)$$

따라서 i), ii) 의 소금의 양을 합하면 $(2x + 3y)g$ 이다.

20. $x = -3$ 일 때, 다음 식의 값이 나머지 넷과 다른 하나를 골라라.

㉠ $\frac{1}{3}x$

㉡ $x + 2$

㉢ $-10 + x^2$

㉣ $x^2 - x$

㉤ $-\frac{1}{3}\left(4 + \frac{1}{3}x\right)$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \quad \frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \times (-3) = -1$$

$$\textcircled{㉡} \quad x + 2 = (-3) + 2 = -1$$

$$\textcircled{㉢} \quad -10 + x^2 = -10 + (-3)^2 = -1$$

$$\textcircled{㉣} \quad x^2 - x = (-3)^2 - (-3) = 12$$

$$\textcircled{㉤} \quad -\frac{1}{3}\left(4 + \frac{1}{3}x\right) = -\frac{1}{3}\left\{4 + \frac{1}{3} \times (-3)\right\} = -1$$

21. $a(x-2) - (x+3b)$ 의 x 의 계수가 1 이고, 상수항이 5 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $ab = -6$

해설

$$\begin{aligned}a(x-2) - (x+3b) &= ax - 2a - x - 3b \\&= (a-1)x - 2a - 3b\end{aligned}$$

$$a-1=1$$

$$\therefore a=2$$

$-2a-3b=5$ 에 $a=2$ 를 대입하면

$$-2 \times 2 - 3b = 5$$

$$3b = -9$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore ab = 2 \times (-3) = -6$$

22. x 에 대한 어떤 일차식에서 $-3x+2$ 를 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $-x+4$ 가 되었다. 올바르게 계산한 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5x$

해설

어떤 식을 A 라 하면 $A + (-3x + 2) = -x + 4$

$$A = -x + 4 - (-3x + 2)$$

$$= -x + 4 + 3x - 2$$

$$= 2x + 2$$

바르게 계산한 식은

$$2x + 2 - (-3x + 2) = 2x + 2 + 3x - 2 = 5x$$

23. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.

$1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

24. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207

② 208

③ 209

④ 210

⑤ 211

해설

5, 6, 7 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 2$ 는 5, 6, 7 의 공배수이다.

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.

따라서 $x + 2 = 210$ 이므로 $x = 208$ 이다.

25. $-10 < x < 9$ 인 서로 다른 세 정수 a, b, c 에 대하여 $|a| + |b| + |c|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $|m - M|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$-10 < x < 9$ 인 정수는

$-9, -8, -7, \dots, 7, 8$ 이므로

$|a| + |b| + |c|$ 의 최댓값은

$$M = |-9| + |-8| + |8| = 9 + 8 + 8 = 25$$

$|a| + |b| + |c|$ 의 최솟값은

$$m = |-1| + |0| + |1| = 1 + 0 + 1 = 2$$

$$\therefore |m - M| = |2 - 25| = |-23| = 23$$