

1. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.(단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

2. 서로 다른 홀수 a, b, c 에 대하여 $2a+2b+2ab=46, b+c+bc=59, 3c+3a+3ca=117$ 이 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 135$

해설

$2a+2b+2ab=46$ 에서
 $a+b+ab=23, (a+1)(b+1)=24$
 $b+c+bc=59$ 에서
 $(b+1)(c+1)=60$
 $3c+3a+3ca=117$ 에서
 $c+a+ca=39, (c+1)(a+1)=40$
세 식을 모두 곱하면
 $\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=24 \times 60 \times 40$
 $\therefore (a+1)(b+1)(c+1)=240$
 a, b, c 가 서로 다른 세 홀수이므로
 $(a+1), (b+1), (c+1)$ 은 서로 다른 세 짝수이어야 한다.
240 을 소인수분해하면, $2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
곱해서 240 이 되고 두 수의 곱이 각각 24, 60, 40 인 세 짝수의
순서쌍은
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 이다.
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 인 경우,
 $a=3, b=5, c=9$ 이므로 $abc=135$

3. $3x^2 - 10x + m$ 의 한 인수가 $3x - 4$ 일 때, 다른 한 인수는?

① $x - 1$

② $x - 2$

③ $2x - 1$

④ $3x - 2$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10x + m &= (3x - 4)(x + k) \\ &= 3x^2 + (3k - 4)x - 4k \end{aligned}$$

$$3k - 4 = -10 \text{ 에서 } k = -2$$

$$-4k = m \text{ 이므로 } m = 8$$

$$3x^2 - 10x + 8 = (3x - 4)(x - 2)$$

따라서 다른 인수는 $x - 2$ 이다.

4. 두 이차식 $2a^2 + a - 6$, $4a^2 - 12a + 9$ 의 공통인 인수는?

① $2a + 3$

② $a + 2$

③ $2a - 3$

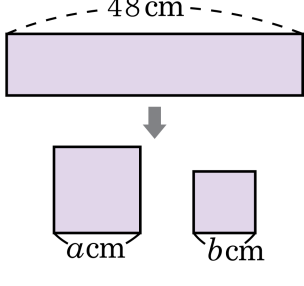
④ $a - 2$

⑤ $2a - 1$

해설

$2a^2 + a - 6 = (2a - 3)(a + 2)$
 $4a^2 - 12a + 9 = (2a - 3)^2$
따라서 공통인 인수는 $(2a - 3)$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 $a\text{ cm}$ 와 $b\text{ cm}$ 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$4a + 4b = 48$ 이므로 $a + b = 12$
또, $a^2 + b^2 = 74$
 $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$
 $74 = 144 - 2ab$
 $ab = 35$
 $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4$
 $a - b > 0$, $a - b = 2$
 $\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{ cm}^2)$

6. x 에 대한 이차식 $(2x - a + 2)(2x + 8 + 2a)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$-a + 2 = 8 + 2a$$

$$-3a = 6$$

$$\therefore a = -2$$

7. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$