1. 다음 중 $2a^3b - 6a^2b^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① 2　　② $2a^2b$　　③ b^2

④ $a - 3b$　　⑤ $2(a - 3b)$

해설

$2a^3b - 6a^2b^2 = 2a^2b(a - 3b)$

2. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

> ㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
> $= 2x(x-5)(\boxed{})$
>
> ㉡ $(x+y)^2 + 3(x+y) + 2$ 에서 $\boxed{}$를 A 로 치환한다.

① $x-1,\ x-y$　② $x-1,\ x+y$　③ $x+1,\ x-y$
④ $x+1,\ x+y$　⑤ $x,\ x+y$

해설

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
$= 2x(x-5)(x+1)$

3. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$
② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$
④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$A=x-2$ 로 치환하면
$(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$
$=Ax^2-3Ax-10A$
$=A(x^2-3x-10)$
$=A(x-5)(x+2)$
$=(x-2)(x-5)(x+2)$

4. $2(x+2)^2+(x+2)(3x-1)-(3x-1)^2=-(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1　② 3　③ 0　④ 2　⑤ -2

해설

$x+2=A,\ 3x-1=B$로 치환하면

$2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$

$=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$

$=-(x-5)(4x+1)$

$\therefore ab+cd=1\times(-5)+4\times1=-1$

5. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$x(x+2)(x+4)(x+6)+16$
$= x(①) \times (x+2)(②)+16$
$= (x^2+6x)(③)+16$
$(④) = A$ 라 하면
$A^2+8A+16 = (A+4)^2 = (⑤)^2$

① $x+5$　② $x+3$　③ x^2+4x+8
④ x^2+6x　⑤ x^2+6x+1

해설
① $x+6$
② $x+4$
③ x^2+6x+8
⑤ x^2+6x+4

6. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3)+4$ 의 값은?

① 28 ② 35 ③ 63 ④ 67 ⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7+2)+4 = 67$ 이다.

7. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-5x+8)(x^2+5x-2)$

② $(x^2+5x-8)(x^2-5x+2)$

③ $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)$

④ $(x^2+5x+8)(x^2+5x+2)$

⑤ $(x^2+5x+8)(x^2+5x-1)$

해설

$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-8$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8$ 에서
$x^2+5x=\mathrm{A}$ 라 하면,
$\mathrm{A}^2+10\mathrm{A}+16=(\mathrm{A}+8)(\mathrm{A}+2)$
$=(x^2+5x+8)(x^2+5x+2)$

8. 다항식 $(x^2-3x+2)(x^2+5x+6)-60$ 을 인수분해하면?

① $(x+4)(x-3)(x^2+x+5)$ ② $(x-4)(x+3)(x^2-x+4)$

③ $(x+6)(x-2)(x^2+x+5)$ ④ $(x+4)(x-3)(x^2+x+4)$

⑤ $(x-4)(x+3)(x^2+x+4)$

해설

$(x^2-3x+2)(x^2+5x+6)-60$

$=(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)-60$

$=(x-1)(x+2)\times(x-2)(x+3)-60$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)-60$

$x^2+x=\mathrm{A}$로 놓으면

$(\mathrm{A}-6)(\mathrm{A}-2)-60=\mathrm{A}^2-8\mathrm{A}-48$

$=(\mathrm{A}-12)(\mathrm{A}+4)$

$=(x^2+x-12)(x^2+x+4)$

$=(x+4)(x-3)(x^2+x+4)$

9. $6xy - 8x - 9y + 12 = (ax + b)(cy + d)$ 에서 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 0　　④ -1　　⑤ -2

해설

$$6xy - 8x - 9y + 12 = 2x(3y - 4) - 3(3y - 4)$$
$$= (2x - 3)(3y - 4)$$
$$\therefore\ a + b + c + d = -2$$

10. $x^2-4xy+4y^2-z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 고르면? (단, $a>0, b>0$)

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

해설

$x^2-4xy+4y^2-z^2$
$=(x-2y)^2-z^2 \Rightarrow a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$=(x-2y+z)(x-2y-z) \Rightarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

11. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 11　　⑤ 16

해설

$$49x^2 + 14xy + y^2 - 9 = (7x + y)^2 - 3^2$$
$$= (7x + y + 3)(7x + y - 3)$$

$a = 7,\ b = -3,\ c = 1$

$\therefore a - b + c = 11$

12. $x^4 - 10x^2 + 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$　　② $x + 3$　　③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$　　⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$

13. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$　② $3x - y + 2$　③ $x - y + 4$
④ $x - y + 2$　⑤ $x - 3y + 2$

해설

$x^2 - y^2 - x + 5y - 6$
$= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6)$
$= x^2 - x - (y - 3)(y - 2)$
$= \{x + (y - 3)\}\{x - (y - 2)\}$
$= (x + y - 3)(x - y + 2)$
$\therefore A = x - y + 2$

14. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$
② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$
③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$
④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$
⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8$
$= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1)$
$= (x - 3y - 8)(x - y + 1)$

15. $150^2 - 149^2 = 150 + 149$ 를 설명하는 데 필요한 인수분해 공식을 고르면?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

④ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

해설

$150^2 - 149^2 = (150+149)(150-149) = 150 + 149$
따라서 이용된 공식은 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

16. 다음은 $\frac{3}{5}\times 8^2-\frac{3}{5}\times 2^2$을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $ma+mb=m(a+b)$

② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

③ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

④ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

⑤ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

해설

$\frac{3}{5}\times 8^2-\frac{3}{5}\times 2^2$

$=\frac{3}{5}\times(8^2-2^2) \rightarrow ax+ay=a(x+y)$

$=\frac{3}{5}\times(8+2)(8-2) \rightarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

17. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

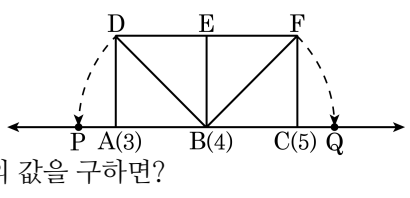
① $-4\sqrt{2}$　② $-2\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$　⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$
$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$
$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} \\ &= \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같은 정사각형 ABED, BCFE 에서 $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{BF} = \overline{BQ}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, 점 P(a), Q(b) 에 대하여, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?



① $16\sqrt{2}$　② $-16\sqrt{2}$　③ $20 + 16\sqrt{2}$
④ $20 - 16\sqrt{2}$　⑤ $-20 - 16\sqrt{2}$

해설

$a = 4 - \sqrt{2},\ b = 4 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= 8 \times (-2\sqrt{2}) \\ &= -16\sqrt{2} \end{aligned}$$

19. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$
$= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n)$
$= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n$
$xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1$
$\therefore 4(xy)^n = 4$

20. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $-3x^4 + 2x^2 - 5x$ 의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 이므로

$x^2 = x - 1$

$x^4 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$= (x-1) - 2x + 1 = -x$

$-3x^4 + 2x^2 - 5x = 3x + 2(x-1) - 5x$

$= 3x + 2x - 2 - 5x = -2$

21. $25x^2 - 16y^2 = 9$, $5x + 4y = 9$일 때, $4y - 5x$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$25x^2 - 16y^2 = 9$, $(5x + 4y)(5x - 4y) = 9$

$9(5x - 4y) = 9$

$5x - 4y = 1$

$\therefore\ 4y - 5x = -1$

22. $x - y = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 의 값은?

① $2\sqrt{5}$　② $4\sqrt{5}$　③ $1 + 2\sqrt{5}$
④ $2 + 2\sqrt{5}$　⑤ $3 + 2\sqrt{5}$

해설

$x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$
$= (x - y)^2 + 2(x - y) - 3$
$= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5}$

23. $x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$ 일 때, $\dfrac{x^2+y^2}{xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{2}$

해설

$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0,\ (x-2y)^2 = 0$

$\therefore\ x = 2y$

$\dfrac{x^2+y^2}{xy}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$\dfrac{x^2+y^2}{xy} = \dfrac{(2y)^2+y^2}{2y \times y} = \dfrac{5y^2}{2y^2} = \dfrac{5}{2}$

24. $a-b=12$ 일 때, $a^2-8a+b^2+8b-2ab+16$ 의 값을 구하면?

① 36 ② 64 ③ 49 ④ 16 ⑤ 25

해설

$a^2-8a+b^2+8b-2ab+16$
$=a^2-2ab+b^2+-8a+8b+16$
$=(a-b)^2-8(a-b)+16$
$=(a-b-4)^2$
$=64$

25. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로의 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하면?

① $a+b+2$　② $a-b+6$　③ $a+b-6$
④ $a+b+6$　⑤ $a-b+5$

해설

$a+b=A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로의 길이는 $a+b+6$ 이다.