1. 다음은 유한소수로 나타내어지는 분수를 유한소수로 나타내는 과정이다. $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{25}=\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1\times a}{5^2\times a}=\frac{b}{100}=0.04$$
$$\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times 5}=\frac{3\times c}{2^3\times 5\times c}=\frac{75}{d}=0.075$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1033

해설

$$\frac{1}{25}=\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1\times 4}{5^2\times 4}=\frac{4}{100}=0.04$$
$$\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times 5}=\frac{3\times 5^2}{2^3\times 5\times 5^2}=\frac{75}{1000}=0.075$$
$a=4,\ b=4,\ c=25,\ d=1000$
$\therefore\ a+b+c+d=1033$

2. $a^8 \div (a^2)^3 \div (\quad) = 1$ 에서 ( ) 안에 알맞은 것은?

① a^2 ② a^4 ③ a^5 ④ a^6 ⑤ a^8

해설

( )를 a^x 라고 하면

$a^8 \div a^6 \div a^x = a^{8-6-x} = a^0$

$8-6-x=0 \quad \therefore\ x=2$

3. $x = 2y$일 때, $\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$의 값을 구하면? (단, $x \neq 0$, $y \neq 0$)

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{5}{3}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ $\dfrac{4}{3}$

해설

$\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$에 $x = 2y$를 대입하면

$\dfrac{2y}{2y+y} + \dfrac{y}{2y-y} = \dfrac{2y}{3y} + \dfrac{y}{y} = \dfrac{2}{3} + 1 = \dfrac{5}{3}$

4. 등식 $Ax-\left(x^2-3x-2\right)=6x^2-3x+2$ 이 성립하도록 다항식 A 을 바르게 구한 것을 고르면?

① $5x$　② $5x+6$　③ $7x+6$

④ $7x-6$　⑤ $7x$

해설

$$\begin{aligned} Ax &= 6x^2-3x+2+\left(x^2-3x-2\right) \\ &= 7x^2-6x \end{aligned}$$

$$\therefore\ A=\frac{7x^2-6x}{x}=7x-6$$

5. 다음 조건을 만족할 때, 상수 A, B, C, D, E 의 값이 아닌 것은?

ㄱ $4(x^2-3x)-(3x^2-6x+7)=Ax^2+Bx-7$

ㄴ $\dfrac{2x^2-3x+1}{2}-\dfrac{x^2-2x+3}{3}=\dfrac{Cx^2+Dx+E}{6}$

① $A=1$ ② $B=-6$ ③ $C=4$

④ $D=-5$ ⑤ $E=3$

해설

ㄱ $4(x^2-3x)-(3x^2-6x+7)$

$=4x^2-12x-3x^2+6x-7$

$=x^2-6x-7$

즉, $Ax^2+Bx-7=x^2-6x-7$ 이다.

따라서 $A=1$, $B=-6$ 이다.

ㄴ $\dfrac{2x^2-3x+1}{2}-\dfrac{x^2-2x+3}{3}$

$=\dfrac{3(2x^2-3x+1)}{6}-\dfrac{2(x^2-2x+3)}{6}$

$=\dfrac{6x^2-9x+3}{6}-\dfrac{2x^2-4x+6}{6}$

$=\dfrac{6x^2-9x+3-(2x^2-4x+6)}{6}$

$=\dfrac{6x^2-9x+3-2x^2+4x-6}{6}$

$=\dfrac{4x^2-5x-3}{6}$

즉, $\dfrac{Cx^2+Dx+E}{6}=\dfrac{4x^2-5x-3}{6}$ 이다.

따라서 $C=4$, $D=-5$, $E=-3$ 이다.

6. $12xy\left(-\frac{1}{6}x-\frac{3}{4}y+\frac{1}{3}\right)$을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a라 하자. 이때 $|a|$의 값은?

① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$12xy\times\left(-\frac{1}{6}x\right)+12xy\times\left(-\frac{3}{4}y\right)+12xy\times\frac{1}{3}$

$=-2x^2y-9xy^2+4xy$

따라서 $a=(-2)+(-9)+4=-7$ 이므로 $|a|=7$ 이다.

7. $(4x-5y+3)(x+3y)$ 를 전개했을 때, xy 의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$(4x-5y+3)(x+3y) = 4x^2+12xy-5xy-15y^2+3x+9y = 4x^2+7xy-15y^2+3x+9y$

8. $\left(\frac{3}{2}x-\frac{y}{4}\right)^2$ 을 전개하면 $ax^2+bxy+\frac{y^2}{16}$ 이다. 이때, 상수 a , b에 대하여 $2(a+b)$ 의 값은?

① -2 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 13

해설

$\left(\frac{3}{2}x\right)^2-2\times\frac{3}{2}x\times\frac{y}{4}+\left(\frac{y}{4}\right)^2=\frac{9}{4}x^2-\frac{3}{4}y+\frac{y^2}{16}$ 이므로

$2(a+b)=2\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{4}\right)=3$

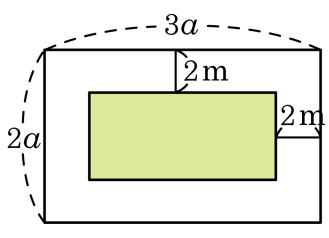
9. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① 7 ② 9 ③ 15 ④ 17 ⑤ 25

해설

$(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$
$= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$
$= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1)$
$= (x^8-1)(x^8+1)$
$= x^{16}-1$
$x^a + b = x^{16} - 1$ 이므로 $a = 16,\ b = -1$
$\therefore\ a-b = 17$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 공원에 폭이 2 m인 산책로를 만들었다. 산책로를 제외한 공원의 넓이는?



① $(6a^2-6a+4)\ \mathrm{m}^2$ ② $(6a^2-12a+6)\ \mathrm{m}^2$

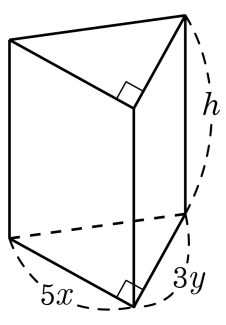
③ $(6a^2-20a+6)\ \mathrm{m}^2$ ④ $(6a^2-20a+16)\ \mathrm{m}^2$

⑤ $(6a^2-25a+16)\ \mathrm{m}^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{직사각형의 넓이}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (3a-4)(2a-4) \\ &= (6a^2-20a+16)\ \mathrm{m}^2\end{aligned}$$

11. 다음 그림의 삼각기둥의 부피가 $30x^2y + 45xy^2$ 일 때, 이 삼각기둥의 높이 h를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4x + 6y$

해설

$h = (30x^2y + 45xy^2) \times \dfrac{2}{15xy} = 4x + 6y$

12. $A = x^2-3x+5$, $B = 2x^2+x-3$, $C = -3x^2+5$일 때, $2A-\{B-3(A+2C)\}$를 x에 관한 식으로 나타내면?

① $-15x^2 - 16x - 58$　② $-15x^2 + 16x + 58$

③ $15x^2 - 16x + 58$　④ $-16x^2 - 15x + 58$

⑤ $-15x^2 - 16x + 58$

해설

$$\begin{aligned} 2A - (B - 3A - 6C) &= 2A - B + 3A + 6C \\ &= 5A - B + 6C \end{aligned}$$

$A = x^2 - 3x + 5$, $B = 2x^2 + x - 3$, $C = -3x^2 + 5$를 대입하면

$5(x^2 - 3x + 5) - (2x^2 + x - 3) + 6(-3x^2 + 5)$

$= (5 - 2 - 18)x^2 + (-15 - 1)x + 25 + 3 + 30$

$= -15x^2 - 16x + 58$

13. $\dfrac{2}{x}=\dfrac{1}{y}$ 일 때, $(10xy-15y^2)\div 5y^2$ 의 값은?

① -5　② -3　③ -2　④ 1　⑤ 5

해설

$\dfrac{2}{x}=\dfrac{1}{y}$ 은 $x=2y$ 이다.

$(10xy-15y^2)\div 5y^2=\dfrac{2x}{y}-3=\dfrac{4y}{y}-3=4-3=1$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=0 \\ x+y=a \end{cases}$ 의 해가 방정식 $2x-y=5$ 를 만족시킬 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\begin{cases} x-2y=0 & \cdots ① \\ x+y=a & \cdots ② \end{cases}$

① + ② × 2 하면 $x=\frac{2}{3}a,\ y=\frac{1}{3}a$ 이다.

$2x-y=5$에 $x,\ y$를 대입하면

$2\times\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}a=5$

$\therefore\ a=5$

15. $3x+y-4=x+y=18x-9y-4$ 의 해를 구하면?

① $x=1,\ y=2$ ② $x=2,\ y=3$ ③ $x=3,\ y=2$

④ $x=1,\ y=0$ ⑤ $x=0,\ y=1$

해설

$3x+y-4=x+y, x=2$

$x+y=18x-9y-4$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $y=3$

$\therefore x=2,\ y=3$

16. $\frac{1}{2\times 5^2\times x}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x가 될 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, x는 1이상 30이하인 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 x에 들어갈 숫자는
$1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 5^1, 5^2, 2^1\times 5^1, 2^2\times 5^1$ 으로 총 9개이다.

17. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다. a 가 두 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 113

해설

$\frac{a}{450} = \frac{a}{2\times 3^2\times 5^2}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야 하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2\times 7\times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{450} = \frac{7}{50}$ 이므로 $b=50$ 이다.

따라서 $a+b=113$ 이다.

18. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$

$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z}$ 에서 x 가 한 자리의 자연수이므로

$\frac{(27+x)\times 3}{9\times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}$, $81+3x = 99$

$\therefore x = 6$

$10y+z = 27$

$\therefore y = 2, z = 7$

$x+y+z = 6+2+7 = 15$

19. 분수 $\frac{6}{7}$을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를 a, 99번째 자리의 수를 b라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$
$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$
$\therefore a + b = 12$

20. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6x - x$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428\cdots$ 이고

$10^6x = 571428.571428\cdots$ 이므로

$10^6x - x = 571428$ 이다.

21. $0.\dot{a}\dot{b}\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.6\dot{4}\dot{5}$ 이므로

$a=6,\ b=4,\ c=5$ 이다.

$\therefore\ a+b+c=15$

22. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135-13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = \text{A}$ 이다.

23. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}$, $\frac{9}{2} < A < 6$

$\therefore A = 5$

24. $0.\dot{a}\dot{b}, 0.\dot{b}\dot{a}$인 두 수의 합이 $0.\dot{2}$이다. 두 수의 차를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디를 구하면?(단, $a > b \geq 0$)

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} = \frac{11a+11b}{99} = \frac{11(a+b)}{99}$$
$$= \frac{a+b}{9} = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}$$

$\therefore\ a+b=2 \ \therefore\ a=2,\ b=0$

$\frac{20}{99} - \frac{2}{99} = \frac{18}{99} = 0.\dot{1}\dot{8}$

따라서 순환마디는 18이다.

25. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2\times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9 의 배수이므로 9 의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

26. 다음 □안에 들어갈 알맞은 수는?

$3^{2x+3} = \square \times 9^x$

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$

□안에 들어갈 수는 27이다.

27. $3^2 \times (3^{\square})^5 = 3^{17}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$2 + 5 \times \square = 17$

$5 \times \square = 15$

$\therefore \square = 3$

28. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A+B+C-D$의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

$(z^2)^D = z^8$, $D = 4$

$$\left(-\frac{x^3 y^5}{2z^2}\right)^4$$

$A = 3, B = 5, C = 2$

$\therefore\ A+B+C-D = 3+5+2-4 = 6$

29. 다음 등식을 만족하는 a , b 에 대하여 $2a-3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$
$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$

① 11 ② −11 ③ −5 ④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식
$: 2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$
두 번째 식
$: (-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$
$\therefore 2a - 3b = 8 + 3 = 11$

30. $\dfrac{3^6+3^6+3^6}{5^6+5^6+5^6+5^6+5^6}\times\dfrac{4^6+4^6+4^6+4^6}{2^6+2^6}=\left(\dfrac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$의 값은? (단, $\dfrac{n}{m}$은 기약분수이다.)

① 6 ② 9 ③ 11 ④ 16 ⑤ 17

해설

$3^6+3^6+3^6=3^6\times3=3^7$

$5^6+5^6+5^6+5^6+5^6=5^6\times5=5^7$

$4^6+4^6+4^6+4^6=4^6\times4=4^7$

$2^6+2^6=2^6\times2=2^7$

$$\frac{3^6+3^6+3^6}{5^6+5^6+5^6+5^6+5^6}\times\frac{4^6+4^6+4^6+4^6}{2^6+2^6}$$

$$=\frac{3^7}{5^7}\times\frac{4^7}{2^7}=\left(\frac{3}{5}\right)^7\times\left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$=\left(\frac{3\times4}{5\times2}\right)^7=\left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$\therefore \dfrac{n}{m}=\dfrac{6}{5}$

$\therefore m+n=5+6=11$

31. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2 ② x^4 ③ x^6 ④ x^8 ⑤ x^{10}

해설

$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$

32. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a+b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 1 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$

$-4x^{a-2+1}y^{b-2} = -4x^2$

$a-2+1=2 \quad \therefore a=3$

$b-2=0 \quad \therefore b=2$

$\therefore a+b=3+2=5$

33. 가로의 길이가 $4a$이고 세로의 길이가 $2b$인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로
가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$
세로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
$\pi \times (4a)^2 \times 2b = 32\pi a^2 b$
$\frac{(\text{가로 축 회전체})}{(\text{세로 축 회전체})} = \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2 b} = \frac{b}{2a}$

34. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2-4x+3$ 이고, 나머지가 $2x-5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$A = 2x^2 \times (2x^2-4x+3) + 2x - 5$

$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

35. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$ ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 에서 $a = 3,\ b = 4$ 이므로

$$\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$$

$$= \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right)^3 \times (xy)^4$$

$$= \frac{x^6y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12}y^6} \times \frac{x^4y^4}{1}$$

$$= -\frac{8y}{x^2}$$

36. $\dfrac{5a-3b}{3}+\dfrac{3a+5b}{4}=2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a=3b$ ② $a=-3b$ ③ $a=\dfrac{1}{3}b$

④ $a=\dfrac{3}{b}$ ⑤ $a=-\dfrac{3}{b}$

해설

$\dfrac{5a-3b}{3}+\dfrac{3a+5b}{4}=2a-b$

$4(5a-3b)+3(3a+5b)=24a-12b$

$5a=-15b$

$\therefore\ a=-3b$

37. $b+\frac{6}{c}=c-\frac{1}{a}-1=2$일 때, $abc-3$의 값은?

① 1 ② 0 ③ −1 ④ 2 ⑤ −2

해설

$b+\frac{6}{c}=c-\frac{1}{a}-1=2$에서

$b+\frac{6}{c}=2$를 b에 관한 식으로 풀면

$b=2-\frac{6}{c}=\frac{2(c-3)}{c}$

$c-\frac{1}{a}-1=2$를 a에 관한 식으로 풀면

$-\frac{1}{a}=3-c$

$\frac{1}{a}=c-3$

$a=\frac{1}{c-3}$

$\therefore\ abc-3=\frac{1}{(c-3)}\times\frac{2(c-3)}{c}\times c-3=2-3=-1$

38. 일차방정식 $x-ay+6=0$ 이 $(3,\ 3)$, $(0,\ b)$, $(c,\ 5)$를 해로 가질 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 13 ④ 14 ⑤ 16

해설

$(3,\ 3)$ 을 $x-ay+6=0$ 에 대입하면 $3-3a+6=0$, 따라서 $a=3$
$(0,\ b)$ 를 $x-3y+6=0$ 에 대입하면 $-3b+6=0$, 따라서 $b=2$
$(c,\ 5)$ 를 $x-3y+6=0$ 에 대입하면 $c-15+6=0$, 따라서 $c=9$

39. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다. 이때 배의 속력을 x km/h , 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\begin{cases} \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

② $\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=40 \\ \dfrac{8}{x+y}=20 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

④ $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=24 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=24 \end{cases}$

해설

배의 속력을 x km/h , 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h , 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=24 \end{cases}$ 의 관계식이 나온다.

40. $x,\ y$ 에 관한 두 일차방정식 $y = ax - 8$ 과 $bx + 2y = c$ 의 해가 $(2,\ -4)$ 일 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a^2 - 2b + c$ 의 값은?

① -4 ② -7 ③ -9 ④ -12 ⑤ -13

해설

$(2,\ -4)$ 를 $y = ax - 8$ 에 대입하면 $-4 = 2a - 8$
따라서 $a = 2$ 이고,
$(2,\ -4)$ 를 $bx + 2y = c$ 에 대입하면 $2b - 8 = c$
따라서 $2b - c = 8$ 이 된다.
$a^2 - 2b + c = a^2 - (2b - c) = 4 - 8 = -4$ 가 된다.

41. 순서쌍 $(m, m+10)$이 연립방정식 $x+2y=11,\ nx-2y=1$의 해일 때, 상수 m, n의 곱 mn의 값은?

① -15 ② 2 ③ 8 ④ 13 ⑤ 15

해설

$(m, m+10)$을 $x+2y=11$에대입하면
$m+2m+20=11$
따라서 $m=-3$이고, $x=m=-3,\ y=m+10=-3+10=7$
이 나온다.
$x=-3,\ y=7$을 $nx-2y=1$에 대입하면 $-3n-14=1$
따라서 $n=-5$가 된다.
$\therefore mn=(-3)\times(-5)=15$

42. $x+y=1$ 인 관계를 갖는 x, y 가 연립방정식 $\begin{cases} x-2a=1 \\ 2x+y+a=8 \end{cases}$ 도 만족할 때, a 의 값으로 바른 것은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$x+y=1$ 에서 $y=-x+1$ 이므로 주어진 연립방정식에 대입하고 정리하면,

$\begin{cases} x-2a=1 \\ x+a=7 \end{cases}$ 이다.

새로운 연립방정식을 풀면, $x=5$, $a=2$ 이고 $y=-4$

따라서 $a=2$ 이다.

43. x 는 y 의 4배이고 $2x+3y=22$ 일 때, x, y 의 값을 가감법으로 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=8$

▷ 정답: $y=2$

해설

주어진 조건으로 연립방정식을 세우면

$$\begin{cases} x-4y=0 & \cdots ㉠ \\ 2x+3y=22 & \cdots ㉡ \end{cases}$$ 이다.

x 를 소거하기 위해 $2\times$㉠ $-$ ㉡을 하면 $y=2$ 이고, $y=2$ 를 대입하면 $x=8$ 이다.

44. 연립방정식 $\begin{cases} |x|-y=3 \\ 3y=2x+1 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 값의 합이 될 수 있는 경우를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 17

▷ 정답: −3

해설

i) $x \geq 0$ 일 때 $\begin{cases} x-y=3 \\ 3y=2x+1 \end{cases}$ 에서 $x=10$, $y=7$

ii) $x<0$ 일 때 $\begin{cases} -x-y=3 \\ 3y=2x+1 \end{cases}$ 에서 $x=-2$, $y=-1$

i), ii) 둘 다 조건에 적합하므로 x, y 의 값의 합은 17 또는 −3 이다.

45. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} |x|+|2y|=4 \\ 3x-2y+5=|x| \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-\frac{1}{3}$

▷ 정답: $y=\frac{11}{6}$

해설

절댓값 기호 안에 들어있는 미지수가 양수인지 음수인지 구분하여 구한다.

$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$ 인 점을 이용하여

(1) $x\geq 0, y\geq 0$ 일 때, $x=-\frac{1}{3}, y=\frac{13}{6}$ 으로 조건에 맞지 않는다.

(2) $x\geq 0, y<0$ 일 때, $x=-9, y=-\frac{13}{2}$ 으로 조건에 맞지 않는다.

(3) $x<0, y\geq 0$ 일 때, $x=-\frac{1}{3}, y=\frac{11}{6}$

(4) $x<0, y<0$ 일 때, $x=-\frac{9}{5}, y=-\frac{11}{10}$ 로 조건에 맞지 않는다.

$\therefore x=-\frac{1}{3}, y=\frac{11}{6}$

46. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+ay=a-1 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $2:1$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{26}{5}$

해설

$x : y = 2 : 1$ 이므로 $x = 2y$ 를
$2x+4y=3$ 에 대입하면
$2\times 2y+4y=3$
$8y=3$
$\therefore\ y=\frac{3}{8}$
$x=2\times\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$
$3x+ay=a-1$ 에 $\left(\frac{3}{4},\ \frac{3}{8}\right)$ 을 대입하면
$3\times\frac{3}{4}+a\times\frac{3}{8}=a-1$
$18+3a=8a-8$
$5a=26$
$\therefore\ a=\frac{26}{5}$

47. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{15}{4}x - y = a \\ \frac{x-y}{4} - \frac{y}{8} + 2 = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 y의 값이 x의 값의 2배일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

y의 값이 x의 값의 2배이므로 $y = 2x$이다.
이것을 두 번째 식에 대입하여 정리하면
$-4x = -16$, $x = 4$이다.
따라서 $x = 4$, $y = 8$을 첫 번째 식에 대입하면 $\frac{15}{4} \times 4 - 8 = 15 - 8 = 7$이다.

48. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{5}{2}y = 2 \\ 0.6x - 0.5y = 5.6 \end{cases}$ 의 해는?

① $x = \frac{39}{4},\ y = \frac{1}{2}$ ② $x = \frac{1}{4},\ y = \frac{1}{3}$

③ $x = 4,\ y = 1$ ④ $x = \frac{1}{4},\ y = 4$

⑤ $x = 5,\ y = 9$

해설

$\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}y = 2$ 에 6 을 곱하면 $2x - 15y = 12$

$0.6x - 0.5y = 5.6$ 에 10 을 곱하면 $6x - 5y = 56$

두 식을 연립하면 $x = \frac{39}{4},\ y = \frac{1}{2}$ 이다.

49. 연립방정식 $\begin{cases} ax-2y=8 \\ 3x+2y=2 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값은?

① -6 ② 6 ③ 3 ④ -3 ⑤ 12

해설

$\frac{a}{3}=\frac{-2}{2}\neq\frac{8}{2}$

$\frac{a}{3}=-1\neq 4$

$\therefore a=-3$

50. 연립방정식 $\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m-1)x + 4 \end{cases}$ 을 만족하는 $(x,\ y)$가 적어도 한 쌍 존재하기 위한 실수 m 의 값은?

① 모든 실수　② $m \neq 0$

③ $m \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 수　④ $m \neq 1$ 인 모든 수

⑤ m 의 값이 없다.

해설

연립방정식은 두 방정식의 그래프가 평행한 직선이 아니면 해를 갖는다.
두 직선이 평행인 경우는 기울기가 같아야 하므로 $m = 2m - 1$ 에서 $m = 1$ (두 직선은 m 에 관계없이 y절편이 다르므로 일치할 수 없다.)
따라서, 구하는 m 의 값은 $m \neq 1$ 인 모든 수

해설

두 식을 정리하면
$mx - y + 3 = 0,\ (2m-1)x - y + 4 = 0$
적어도 한쌍의 해를 가질 조건은
$\frac{m}{2m-1} \neq \frac{-1}{-1}$ 에서 $m \neq 1$인 모든 수