1. $(x-2y)(x-2y-4z)-12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x-4y+4z$ ② $2x-4y-4z$ ③ $2x-4y+3z$

④ $2x+4y+4z$ ⑤ $4x-2y-4z$

해설

$x-2y=A$ 라 하면

$$\begin{aligned} A(A-4z)-12z^2 &= A^2-4Az-12z^2 \\ &= (A-6z)(A+2z) \\ &= (x-2y-6z)(x-2y+2z) \end{aligned}$$

$\therefore\ (x-2y-6z)+(x-2y+2z)=2x-4y-4z$

2. $(x+2)^2-(2x-3)^2$을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$이다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하면? (단, a는 양수)

① -5 ② -1 ③ -3 ④ -10 ⑤ -12

해설

$x+2=A,\ 2x-3=B$로 치환하면

$(x+2)^2-(2x-3)^2$

$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=(x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$

$=(3x-1)(-x+5)$

$=-(3x-1)(x-5)$

$\therefore a+b+c=3+(-1)+(-5)=-3$

3. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳지 <u>않은</u> 것은?

$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$
$= x(①) \times (x+1)(②)+1$
$= (x^2+3x)(③)+1$
$(④) = A$ 라 하면
$A^2+2A+1 = (A+1)^2 = (⑤)^2$

① $x+3$ ② $x+2$ ③ x^2+3x+2
④ x^2+3 ⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

4. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$x(x+2)(x+4)(x+6)+16$
$= x(①) \times (x+2)(②)+16$
$= (x^2+6x)(③)+16$
$(④) = A$ 라 하면
$A^2+8A+16 = (A+4)^2 = (⑤)^2$

① $x+5$ ② $x+3$ ③ x^2+4x+8
④ x^2+6x ⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$
② $x+4$
③ x^2+6x+8
⑤ x^2+6x+4

5. $x^2-2xy-1+y^2$을 인수분해하면?

① $(x-y+1)(x-y-1)$ ② $(x+y+1)(x+y-1)$

③ $(x-y+1)(x+y-1)$ ④ $(x-y-1)(x+y-1)$

⑤ $(x+y+1)(x-y-1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2-2xy-1+y^2 &= (x^2-2xy+y^2)-1 \\ &= (x-y)^2-1^2 \\ &= (x-y+1)(x-y-1) \end{aligned}$$

6. 다음 중 201^2 의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 바르게 나타낸 것은? (단, a, b, c, d 는 자연수)

① $(a-b)^2$ ② $(a+b)^2$

③ $(ax+b)(cx+d)$ ④ $(a+b)(a-b)$

⑤ $(x+a)(x-b)$

해설

$201^2 = (200+1)^2 = 40000 + 400 + 1 = 40401$

7. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ −6 ④ −4 ⑤ −5

해설

$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$

8. $a-b=3$ 일 때, $a^2-2ab+a+b^2-b-5$ 의 값을 구하면?

① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a^2-2ab+b^2+a-b-5$

$=(a-b)^2+(a-b)-5$

$=3^2+3-5=7$

9. 다음 중 $3x^2y^3 - 2x^3y^2$ 의 인수를 모두 찾아라.

보기

㉠ x　　㉡ xy

㉢ $2x + 3y$　　㉣ $-2x + 3y$

㉤ $xy(-2x + 3y)$　　㉥ $xy^2(3x - 2y)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$3x^2y^3 - 2x^3y^2 = x^2y^2(3y - 2x)$

10. 다음 보기 중에서 $2a^3 - a^2b - 3ab^2$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ a	㉡ $a-b$	㉢ $a+b$
㉣ $2a-b$	㉤ $2a+2b$	㉥ $2a-3b$

① ㉢, ㉥ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉣, ㉥
④ ㉠, ㉢, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

$$\begin{aligned} 2a^3 - a^2b - 3ab^2 &= a(2a^2 - ab - 3b^2) \\ &= a(2a-3b)(a+b) \end{aligned}$$

따라서 인수는 ㉠, ㉢, ㉥ 이다.

11. $-8-7a\,(a-2)+a^2\,(a-2)^2=(a+\mathrm{A})\,(a+\mathrm{B})\,(a+\mathrm{C})\,(a+\mathrm{D})$ 라고 할 때, $\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}+\mathrm{D}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$a-2=t$ 로 치환하면

$-8-7a\,(a-2)+a^2\,(a-2)^2$

$=-8-7at+(at)^2$

$=(at-8)\,(at+1)$

$=\left(a^2-2a-8\right)\left(a^2-2a+1\right)$

$=(a-4)\,(a+2)\,(a-1)^2$

$=(a-4)\,(a+2)\,(a-1)\,(a-1)$

$\therefore\ \mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}+\mathrm{D}=(-4)+2+(-1)+(-1)=-4$

12. $(a-3)^2-5(a-3)+6$ 을 인수분해한 식은?

① $(a-6)(a-3)$ ② $(a-3)(a-5)$ ③ $(a-2)(a-5)$

④ $(a-6)(a-5)$ ⑤ $(a+6)(a-5)$

해설

$a-3=A$ 로 치환하면

$A^2-5A+6=(A-3)(A-2)$

$=(a-6)(a-5)$

13. $ab + 5a - 4b - 30 = 0$ 을 만족하는 정수 a ,b 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$,$b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$ab + 5a - 4b - 30 = 0$
$a(b + 5) - 4(b + 5) + 20 - 30 = 0$
$(a - 4)(b + 5) - 10 = 0$
$(a - 4)(b + 5) = 10$
$a > 0,\ b > 0$ 이므로 $b + 5 > 5$
$a - 4 = 1,\ b + 5 = 10$
$\therefore a = b = 5$

14. $(2x+1)^2-(x-2)^2=(3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$(2x+1)^2-(x-2)^2$

$=(2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$

$=(3x-1)(x+3)$

$a=-1,\ b=3$

$\therefore\ a+3b=-1+9=8$

15. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= \left(x^2+8x+7\right)\left(x^2+8x+15\right)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2=\left(x^2+8x+11\right)^2\end{aligned}$$

$11^2=105+a$

$\therefore\ a=16$

16. $x^2+xy+x+y$를 인수분해하면?

① $(x+y)(1-x)$　② $(x+y)(x-1)$　③ $(x-y)(x+1)$

④ $(x+y)(x+1)$　⑤ $(x-y)(x-1)$

해설

$x(x+y)+(x+y)=(x+y)(x+1)$

17. 다음 중 $x^3+y-x-x^2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① x^2-y　② $x-y$　③ $x-1$

④ $x+1$　⑤ x^2-1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3-x+y-x^2y \\ &= x\left(x^2-1\right)-y\left(x^2-1\right) \\ &= (x-y)\left(x^2-1\right) \\ &= (x-y)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

18. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\ &= (x+3)^2 - 4y^2 \\ &= (x+3+2y)(x+3-2y) \end{aligned}$$

$\therefore\ x + 3 + 2y + x + 3 - 2y = 2x + 6$

19. $x^4 - 10x^2 + 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$　② $x + 3$　③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$　⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$

20. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x-2)(ax+by+c)$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$를 x에 관해 정리하면

$x^2 + (3y-1)x - 2(3y+1) = (x-2)(x+3y+1)$

$\therefore\ a=1,\ b=3,\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=5$

21. $x^2-2xy+y^2+2x-2y-3$을 인수분해하면?

① $(x-y-3)(x-y+1)$ ② $(x+2y+3)(x-y-1)$

③ $(x-y+3)(x-y-1)$ ④ $(x-2y-3)(x-y-1)$

⑤ $(x-y+3)(x-2y+1)$

해설

주어진 식을 x에 관해 정리하면

$x^2+(2-2y)x+y^2-2y-3$

$=x^2+(2-2y)x+(y+1)(y-3)$

$=\{x-(y+1)\}\{x-(y-3)\}$

$=(x-y-1)(x-y+3)$

22. $5007\times5009+1$ 이 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수를 구하면?

① 5005 ② 5006 ③ 5007 ④ 5008 ⑤ 5009

해설

$$\begin{aligned}5007\times5009+1&=(5008-1)(5008+1)+1\\&=5008^2-1+1=5008^2\end{aligned}$$

23. $x = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, $y = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2-2xy+y^2$ 의 값을 구하면?

① 95 ② 96 ③ −96 ④ −95 ⑤ −94

해설

x, y 를 유리화하면
$x = 5+2\sqrt{6}$
$y = 5-2\sqrt{6}$
$x-y = (5+2\sqrt{6})-(5-2\sqrt{6}) = 4\sqrt{6}$ 이므로
$\therefore x^2-2xy+y^2 = (x-y)^2$
$= (4\sqrt{6})^2 = 96$

24. $a = 2.43$, $b = 1.73$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2$ 의 값은?

① 0.36 ② 0.49 ③ 0.64 ④ 0.81 ⑤ 1.21

해설

$(a-b)^2 = (2.43 - 1.73)^2 = (0.7)^2 = 0.49$

25. $x^2 - 3x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누어 주면,

$x - 3 - \frac{1}{x} = 0$ 이므로 $x - \frac{1}{x} = 3$ 이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$

26. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

① 정삼각형　② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형　④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$
$= a^2(a-b) + a(b^2+c^2) - b(b^2+c^2)$
$= a^2(a-b) + (a-b)(b^2+c^2)$
$= (a-b)(a^2+b^2+c^2) = 0$
$\therefore a-b=0$, $a=b$ 인 이등변삼각형

27. $(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$ 를 인수분해하면?

① $\dfrac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$ ② $\dfrac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ③ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ⑤ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2+\frac{1}{(x-1)^2}-2$$

$$=a^2+\frac{1}{a^2}-2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$=\left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$=\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

28. $2+\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1-\sqrt{x})^2+\frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$3<2+\sqrt{3}<4$ 이므로
$2+\sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3}-1$ 이다.
$x=3,\ y=\sqrt{3}-1$

$$(1-\sqrt{3})^2+\frac{4}{\sqrt{3}-1}$$

$$=4-2\sqrt{3}+\frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=6$$

29. 다음 식을 간단히 하여라.

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$

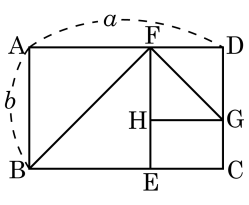
▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$
$=(2a-b+2a+b)(2a-b-2a-b)$
$=4a\times(-2b)$
$=-8ab$

30. 다음 그림에서 □ABEF 와 □FHGD 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a-b)(ta+sb)$ 이다. $t+s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답:

▷ 정답: $t+s=1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
$\overline{HE}=b-(a-b)=2b-a, \overline{EC}=a-b$
남은 사각형의 넓이는 $(2b-a)(a-b)$ 이다.
따라서 $t=-1$, $s=2$ 이므로 $t+s=1$ 이다.

31. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)}$ 이므로
$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.
$(x-3)(y+1) = 1$ 일 때, $(x,\ y) = (4,\ 0)$
$(x-3)(y+1) = 4$ 일 때,
$(x,\ y) = (4,\ 3)(5,\ 1)(7,\ 0)$
$(x-3)(y+1) = 9$ 일 때, $(x,\ y) = (4,\ 8)(6,\ 2)$
$(x-3)(y+1) = 16$ 일 때, $(x,\ y) = (5,\ 7)(7,\ 3)$
$(x-3)(y+1) = 25$ 일 때, $(x,\ y) = (8,\ 4)$
$(x-3)(y+1) = 36$ 일 때, $(x,\ y) = (9,\ 5)$
따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 10 가지이다.

32. $ab-6a+5b-48=0$을 만족하는 정수 a, b의 순서쌍의 개수는? (단, $a>0$, $b>0$)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$ab-6a+5b-48=0$

$b(a+5)-6a-48=0$

$b(a+5)-6(a+5)-18=0$

$(a+5)(b-6)=18$

$a>0$, $b>0$ 이므로 $a+5>5$

(i) $a+5=18$, $b-6=1$

$a=13$, $b=7$

(ii) $a+5=9$, $b-6=2$

$a=4$, $b=8$

(iii) $a+5=6$, $b-6=3$

$a=1$, $b=9$

∴ 순서쌍 a, b의 개수는 3개

33. $16-x^2+4xy-4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+2y-4)(-x+2y+4)$ ② $(x-2y+4)^2$

③ $(x-2y+4)(x+2y-4)$ ④ $(x-2y+4)(-x+2y+4)$

⑤ $(-x-2y+4)(x+2y+4)$

해설

$$\begin{aligned}16-\left(x^2-4xy+4y^2\right) &= 16-(x-2y)^2\\ &= 4^2-(x-2y)^2\\ &= (4+x-2y)(4-x+2y)\end{aligned}$$

34. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=4$

해설

$(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$
$=(x^2-1)(x^2-4)-40$
$=x^4-5x^2-36$
$=(x^2+4)(x^2-9)$
$=(x-3)(x+3)(x^2+4)$ 이므로
$a+b+c=4$ 이다.

35. $x^4 - 3x^2 + 1$을 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$가 된다. 이때, $a + b + c + d$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b + c + d = -2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x) \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1) \end{aligned}$$

$a = 1, b = -1, c = -1, d = -1$

$\therefore a + b + c + d = -2$

36. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이때, $a-b+c-d$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$x^2 - 2(2y+3)x + 3y^2 + 2y - 16$

$= x^2 - 2(2y+3)x + (y-2)(3y+8)$

$= (x-y+2)(x-3y-8)$

$\therefore a=-1,\ b=2,\ c=-3,\ d=-8$

$\therefore a-b+c-d=2$

37. $15 \times 7.6^2 - 7.4^2 \times 15$ 의 값은?

① 55 ② 45 ③ 35 ④ 15 ⑤ 10

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 15 \times \left(7.6^2 - 7.4^2\right) \\
&= 15 \times (7.6 + 7.4) \times (7.6 - 7.4) \\
&= 15 \times 15 \times 0.2 \\
&= 45
\end{aligned}
$$

38. $x = -3 + \sqrt{5}$, $y = 3 + \sqrt{5}$ 일 때 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y - x &= 3 + \sqrt{5} - (-3 + \sqrt{5}) \\ &= 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy &= (-3 + \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) \\ &= (\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3) \\ &= 5 - 9 = -4 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y - x}{xy} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

39. $ab=-4$, $(a+2)(b+2)=10$일 때, $a^3+b^3+a^2b+ab^2$의 값은?

① 121 ② 134 ③ 146 ④ 152 ⑤ 165

해설

$(a+2)(b+2)=ab+2(a+b)+4=10$

$ab=-4$를 대입하면 $a+b=5$

한편 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2\cdot(-4)=33$

$\therefore\ a^3+b^3+a^2b+ab^2=a^2(a+b)+b^2(a+b)$

$=(a^2+b^2)(a+b)$

$=33\times5$

$=165$

40. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=3$

해설

$x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$
$=x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2$
$=(x+2)(x^2-3y+1)$
따라서 $a=1,\ b=2$ 이므로
$a+b=3$ 이다.