

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

2. 반지름의 길이의 비가 $1 : 3$ 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

4. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

5. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

6. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$8 < \sqrt{24x} < 9$$

$$64 < 24x < 81$$

$$2\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$$

$$\therefore x = 3$$

7. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

8. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \\ &= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 14 - 24 + 1 = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2 \end{aligned}$$

10. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$\text{합} : (a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

$$\text{곱} : (a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어야 하므로

$$\text{합} : \sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{곱} : ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$$

11. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \text{ 에서 } 1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$$

$$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \text{ 에서 } 2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

12. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1. \dots}{2. \dots} = 0. \dots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

13. $ax^2 + 24x + b = (3x + c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x + c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

14. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$\sqrt{x} = a - 2$ 의 양변을 제곱하면 $x = a^2 - 4a + 4$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$

15. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

$$\textcircled{㉠} 3x - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : C

▷ 정답 : B

▷ 정답 : A

▷ 정답 : D

해설

$$\textcircled{㉠} 3x - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$$

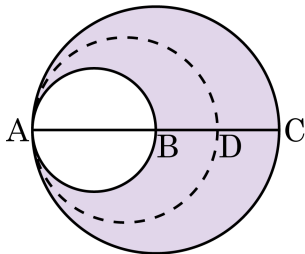
$$\therefore A = -2, B = 3$$

$$\textcircled{㉡} 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

$$\therefore C = 4, D = -3$$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

16. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$

17. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

18. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \text{}y^2)(x + \text{}y)(x - \text{}y)$$

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)\end{aligned}$$

$$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$$

19. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{a - 1} \\&= \frac{(a - 1)^2 + 2}{a - 1} \\&= \frac{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2}{1 + \sqrt{2} - 1} \\&= \frac{(\sqrt{2})^2 + 2}{\sqrt{2}} \\&= \frac{2 + 2}{\sqrt{2}} \\&= \frac{4}{\sqrt{2}} \\&= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

20. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.