

1. 두 점 A $(-1, 3)$, B $(6, -2)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

- ① $P\left(-\frac{6}{5}, 0\right)$ ② $P\left(\frac{16}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ③ $P\left(\frac{16}{5}, -\frac{1}{5}\right)$
④ $P\left(\frac{3}{5}, 0\right)$ ⑤ $P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$

해설

내분점의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 + 2 \times (-1)}{3 + 2} = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{3 \times (-2) + 2 \times 3}{3 + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\therefore P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$$

2. 세 꼭짓점 A(0, 0), B(-5, 5), C(2, 7) 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는?

① (-1, 7)

② (-1, 4)

③ (-2, 1)

④ (2, -2)

⑤ (-4, -8)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{0 + (-5) + 2}{3}, \frac{0 + 5 + 7}{3} \right) = (-1, 4)$$

3. 일차함수 $y = x + b$ 의 그래프가 점 $(2, -1)$ 을 지날 때 b 의 값은?

- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

일차함수 $y = x + b$ 의 그래프가
점 $(2, -1)$ 을 지나므로,
 $x = 2, y = -1$ 를 대입하면 성립해야 하므로
 $-1 = 2 + b$
 $\therefore b = -3$

4. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3}, -2$

② $\frac{1}{3}, 2$

③ $-\frac{1}{3}, 2$

④ $3, -2$

⑤ $-3, 2$

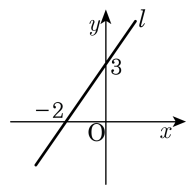
해설

$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면

$$3y = x + 6, y = \frac{1}{3}x + 2$$

∴ 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

5. 직선 l 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 직선의 기울기는?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

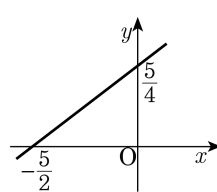
해설

직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$$

6. 다음 도형이 나타내는 방정식을 찾으면?

- ① $2x - 4y + 5 = 0$
② $-\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}y = 0$
③ $2x + 4x + 5 = 0$
④ $\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}y = 0$
⑤ $4x - 2y - 5 = 0$



해설

$$\text{기울기} = \frac{(y \text{ 증가량})}{(x \text{ 증가량})} = \frac{\frac{5}{4} - 0}{0 - \left(-\frac{5}{2}\right)} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$

$$\therefore 2x - 4y + 5 = 0$$

7. 점 $(2, 5)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 $y = 3x - 4$ 와 만나는 교점의 좌표는?

① $(2, 2)$

② $(3, 5)$

③ $(4, 5)$

④ $(1, -1)$

⑤ $(1, 2)$

해설

점 $(2, 5)$ 를 지나고
 x 축에 평행한 직선의 방정식은
 $y = 5$ 이므로 구하는 교점은 두 직선

$$\begin{cases} y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ y = 3x - 4 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 교점이다.}$$

이 때, $\textcircled{㉠}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $5 = 3x - 4$

$$\therefore x = 3$$

따라서, 교점의 좌표는 $(3, 5)$ 이다.

8. 세 점 $A(3, 1)$, $B(-2-a, 4)$, $C(7, -a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

세 점 $A(3, 1)$, $B(-2-a, 4)$, $C(7, -a)$ 가

동일 직선 위에 있으려면

(직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기) 이므로

$$\frac{4-1}{-2-a-3} = \frac{-a-4}{7-(-2-a)}$$

$$\frac{3}{-a-5} = \frac{-a-4}{9+a}$$

$$(-a-5)(-a-4) = 3(9+a)$$

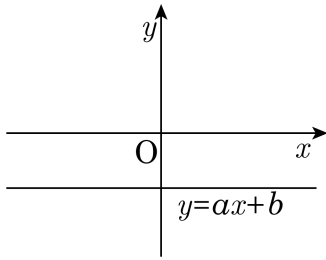
$$a^2 + 6a - 7 = (a+7)(a-1) = 0$$

$$\therefore a = -7 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 양수 a 의 값은 1

9. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축에 평행인 직선일 때, $y = bx + a - 2$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

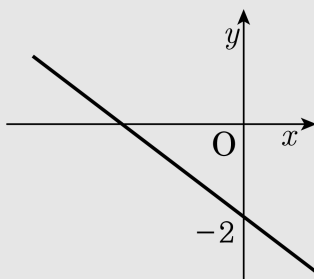
- ㉠ 제1사분면 ㉡ 제2사분면
㉢ 제3사분면 ㉣ 제4사분면



- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉣

해설

주어진 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 x 축과 평행하면서 x 축 아래쪽에 놓여 있으므로 $a = 0$, $b < 0$ 이다.
이 때, $y = bx + a - 2$ 에서
가울기: $b < 0$, y 절편: $a - 2 = -2 < 0$ 이므로
직선 $y = bx + a - 2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 2, 3, 4사분면이다.



10. 두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$ 를 지나는 직선에 평행하고, x 절편이 2 인 직선의 기울기를 a , y 절편을 b 라 할 때 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$ 를 지나는

직선의 기울기는 $a = \frac{4-1}{3-2} = 3$

$\therefore y = 3(x-2)$

$y = 3x - 6$ 에서

y 절편은 $b = -6$ 이므로

$\therefore a - b = 9$

11. 직선 $x+ay+1=0$ 이 $x-y+1=0$ 과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$ 과는 평행일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x+ay+1=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x-y+1=0 \cdots \textcircled{2}$$

$$x+(2-b)y-1=0 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \perp \textcircled{2} : 1 \times 1 + a \times (-1) = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$\textcircled{1} // \textcircled{3} : \frac{1}{1} = \frac{a}{2-b} \neq \frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow a = 2 - b$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - b$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 다음은 두 직선 $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉡}$ 을 지난다.
(i) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지난다 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉢}$
(ii) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(2, 0)$ 를 지난다 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉣}$
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉤}$

- ① $y - 1$
- ② $(-1, 1)$
- ③ 1
- ④ $-\frac{1}{3}$
- ⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} y - 1) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{\hspace{1cm}} (-1, 1)$ 을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지난다 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} 1$
(ii) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(2, 0)$ 를 지난다 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3}$
(i), (ii)에서 $\textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3} < m < 1$

13. 직선 $(a-2)y = 3(a-1)x - 1$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 반드시 지나는 사분면은?

- ① 제 1사분면
② 제 1사분면 또는 제 2사분면
③ 제 2사분면
④ 제 3사분면
⑤ 제 4사분면

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$(3x-y)a - 3x + 2y - 1 = 0$$

따라서, $3x-y=0$, $-3x+2y-1=0$ 에서

$$x = \frac{1}{3}, y = 1$$

주어진 직선은 항상 제 1 사분면 위의 점 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 을 지난다.

14. 점 (2, 1)에서 직선 $y = x + 1$ 에 이르는 거리는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$y = x + 1$ 은 $x - y + 1 = 0$ 이다.

점(2, 1)에서 $x - y + 1 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|2 - 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

15. 두 직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 과 $4x + 3y + 5 = 0$ 과의 거리를 d 라 할 때 $5d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 위의 한 점 이라면
(1, -1) 로부터 직선 $4x + 3y + 5 = 0$ 에
이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4 \times 1 + 3 \times (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d = 5 \times \frac{6}{5} = 6$$

16. 좌표평면 위의 세 점 $A(2, 0)$, $B(3, a)$, $C(4, 2)$ 에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{BC} &\text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ (3-2)^2 + (a-0)^2 &= (4-3)^2 + (2-a)^2 \\ 1 + a^2 &= 1 + 4 - 4a + a^2 \\ 4a &= 4 \quad \therefore a = 1\end{aligned}$$

17. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

18. 두 점 A(-3, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 0)

② (1, 0)

③ (2, 0)

④ (-1, 0)

⑤ (5, 0)

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0)라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, P(2, 0)

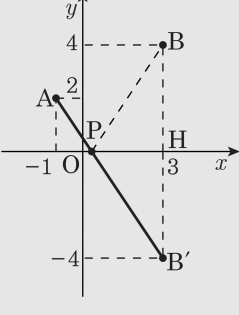
19. 두 점 A (-1, 2) , B (3, 4) 에 대하여 점 P 가 x 축 위를 움직일 때, AP + BP 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, -4)
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$
따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$



20. 세 점 A(0, 3), B(-6, 0), C(3, 0)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점을 P(a, b), $\overline{BC}$ 를 2 : 1로 외분하는 점을 Q(c, d)라고 할 때, $c - 3a + bd$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 12 ③ 24 ④ 25 ⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} &P\left(\frac{2 \cdot (-6) + 1 \cdot (0)}{2 + 1}, \frac{2 \cdot (0) + 1 \cdot (3)}{2 + 1}\right) \\ &= P(-4, 1) = P(a, b) \\ &Q\left(\frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot (-6)}{2 - 1}, \frac{0}{2 - 1}\right) = Q(12, 0) = Q(c, d) \\ &\therefore c - 3a + bd = 12 - 3 \cdot (-4) + 1 \cdot 0 = 24 \end{aligned}$$

21. 세 점 A $(-1, 1)$, B $(-3, -2)$, C $(2, -1)$ 에 대하여 사각형 ABCD가
평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

㉠ $(4, 2)$

㉡ $(2, 4)$

㉢ $(3, 5)$

㉣ $(5, 3)$

㉤ $(1, -5)$

해설

D (a, b) 라 두면 평행사변형의 성질로부터
대각선 $\overline{AD}$ 의 중점과 $\overline{BC}$ 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

22. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
 ④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

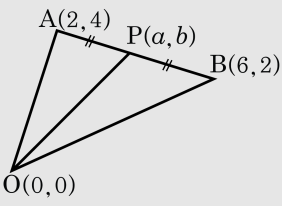
$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

23. 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 4)$, $B(6, 2)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OAP 의 넓이의 2배일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의
높이가 같으므로
 $\triangle OAB = 2\triangle OAP$ 이려면
 P 는 선분 AB 의 중점이어야 한다.
이 때, $P\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$
즉 $P(4, 3)$ 이므로 $a = 4, b = 3$
 $\therefore a + b = 7$

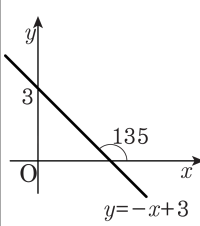


24. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^{\circ}$ 인지 구하면?

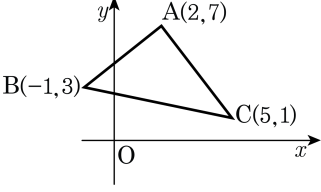
① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기: -1 , y 절편: 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
 $-1 = \tan \theta$ 에서 $\theta = 135^{\circ}$



25. 세 점 A(2, 7), B(-1, 3), C(5, 1)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 할 때, 다음 중 두 점 A, G를 지나는 직선의 방정식은?



- ① $x - y - 2 = 0$ ② $x + y - 2 = 0$ ③ $x - 2 = 0$
④ $3x - y + 1 = 0$ ⑤ $4x + y - 1 = 0$

해설

두 점 A, G를 지나는 직선은 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나므로
점 A와 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 된다.

$\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+1}{2}\right)$$

따라서, 두 점(2, 7)과(2, 2)를 지나는 직선의 방정식은 $x = 2$ 이다.

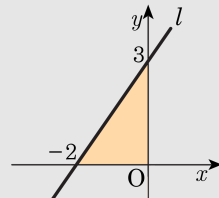
26. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

27. 세 직선 $x + 2y = 5$, $2x - 3y = 4$, $ax + y = 0$ 이 삼각형을 이루지 못할 때, 상수 a 의 값들의 곱은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{3}{23}$ ③ $-\frac{1}{23}$ ④ $\frac{2}{23}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 세 직선이 일치하는 경우는 없으므로 삼각형을 이루지 못하는 것은 두 직선이 서로 평행해서 교점이 두 개만 생기거나 세 직선이 모두 한 점에서 만나는 경우이다.

(i) 두 직선이 평행한 경우 세 직선의 기울기는

각각 $-\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $-a$ 이므로

$a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = -\frac{2}{3}$ 이면 두 직선이 평행하다.

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

$x + 2y = 5$ 와 $2x - 3y = 4$ 의 교점은 $\left(\frac{23}{7}, \frac{6}{7}\right)$

이 점이 $ax + y = 0$ 위에 있으려면 $a = -\frac{6}{23}$

(i), (ii)에서 $a = \frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{6}{23}$

따라서 세 수의 곱은 $\frac{2}{23}$

28. 두 직선 $2x + y + 5 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$ 의 교점과 $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $2x - y + 3 = 0$

② $x + y - 6 = 0$

③ $4x - y + 1 = 0$

④ $x + 2y - 11 = 0$

⑤ $3x - 2y + 7 = 0$

해설

$2x + y + 5 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$ 을

연립하여 교점을 구한다.

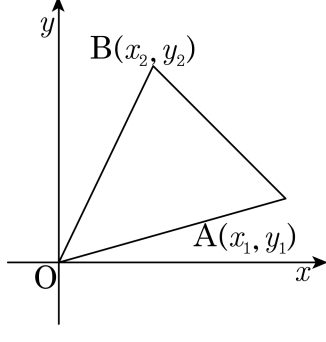
$\Rightarrow (-2, -1)$

$\therefore (-2, -1)$, $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$y = \frac{5 - (-1)}{1 - (-2)}(x - 1) + 5 = 2x + 3$

$\therefore 2x - y + 3 = 0$

29. 원점 $O(0, 0)$ 와 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 넓이는?



- ① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$
- ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$
- ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
- ④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$
- ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$\therefore y_1x - x_1y = 0$

점 $B(x_2, y_2)$ 에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$ 까지의 거리 h 는

$$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \text{ 이다.}$$

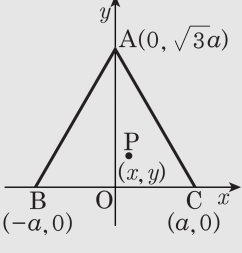
$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$
$$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

30. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?
- ① 삼각형 ② 직선 ③ 선분
④ 원 ⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a,0)$ 이라고 두면, $B(-a,0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



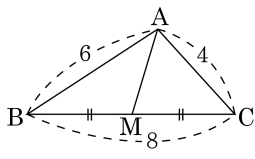
이 때, 점 P의 좌표를 $P(x,y)$ 라 하면

$$2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$
$$2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\}$$
$$= (x+a)^2 + y^2 + (x-a)^2 + y^2$$

정리하여 간단히 하면, $y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

∴ 직선

31. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이므로
 $6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$
 $36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$
 $\therefore \overline{AM}^2 = 10$

32. 다음은 11 세기 경 아라비아의 수학책에 나오는 내용을 변형한 것이다. 강을 사이에 두고 두 그루의 나무가 서 있었는데 두 나무의 높이는 각각 20m, 30m 이고 두 나무 사이의 거리는 50m 이다. 각각의 나무 꼭대기에 새가 앉아서 수면에 있는 한 마리의 물고기를 노리고 있었다. 이 두 마리의 새가 동시에 날아서 일직선 위로 그 물고기에게 덤벼들어 똑같이 그 물고기가 있는 수면에 당도하였다. 두 마리의 새의 속도가 같다고 하였을 때, 높이가 20m 인 나무 밑에서 물고기까지의 거리는 몇 m 인지 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

20m, 30m 나무 위의 두 마리의 새의 위치를 각각 A, B 라 하고, 높이가 20m 인 나무 밑으로부터 물고기가 있는 P 까지의 거리를 a 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $a^2 + 20^2 = (50 - a)^2 + 30^2$
 $\therefore a = 30(\text{m})$

33. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 P(x, y)라 하면

$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로

$$x^2 + y^2$$

$$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$$

34. 두 점 A(1, 2), B(-3, 0) 으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

- ① $y = 2x + 1$
- ② $y = 2x - 1$
- ③ $y = -2x + 1$
- ④ $y = -2x - 1$
- ⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 P(x,y) 라 하면
 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로
 $\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$
양변을 제곱해서 정리하면
 $-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$
 $\therefore y = -2x - 1$

해설

두 점으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분이다.
 $\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로
 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고
 $\overline{AB}$ 의 중점(-1, 1)을 지난다.
 $\therefore y - 1 = -2(x + 1)$
 $\therefore y = -2x - 1$

35. 수직선 위의 세 점 A(1), B(7), C(10)과 동점 $P(x)$ 에 대하여 $\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2}$ 이 최소가 되는 점 P의 좌표를 구하면?
- ① P(5) ② P(6) ③ P(7) ④ P(8) ⑤ P(9)

해설

$$\begin{aligned} &\overline{AP^2} + \overline{BP^2} + \overline{CP^2} \\ &= (x-1)^2 + (x-7)^2 + (x-10)^2 \\ &= 3(x-6)^2 + 42 \end{aligned}$$

따라서 $x=6$ 일 때 최소가 된다.

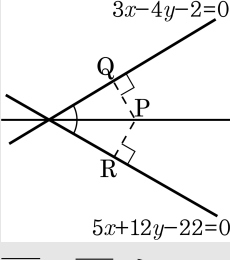
36. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

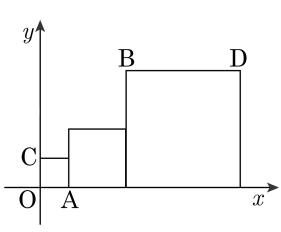
해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로
 $\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$
 $13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$
즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는
 $13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면
 $x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서
기울기가 양이므로
 $\therefore x-8y+6=0$
 $\therefore a+b+c=-1$

37. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 C(0, 4), 점 D(21, 12)일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?



- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 21

해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
 점 A(4, 0) 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
 점 B(21 - 12, 12)
 즉, B(9, 12)
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

38. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 A(0, 6), B(2, 2)에서 같은 거리에 있는 점을 P라 할 때, AP의 길이를 구하면?

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$x + y = 2$ 위에 있는 점 P는
 $(\alpha, -\alpha + 2)$ 로 나타낼 수 있다.
 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $\alpha^2 + (-\alpha - 4)^2 = (\alpha - 2)^2 + (-\alpha)^2$
 $\alpha = -1$
P(-1, 3)
 $\therefore \overline{AP} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$

39. 세 점 A(-1, 1), B(3, 1), C(4, 2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 외심을 $O(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

점 O에서 세 점 A(-1, 1), B(3, 1), C(4, 2)에 이르는 거리는 같으므로

$$\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 \text{에서 } 2a + 1 = -6a + 9$$

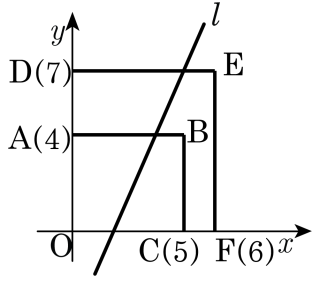
$$\therefore a = 1$$

$$\overline{OB}^2 = \overline{OC}^2 \text{에서 } -2b + 5 = -4b + 13$$

$$\therefore b = 4$$

$$\text{그러므로 } a + b = 5$$

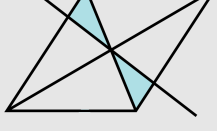
40. 아래 그림에서 직선 l 이 두 직사각형 $\square OABC$ 와 $\square ODEF$ 의 넓이를 동시에 이등분할 때, 직선 $l: y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하면?



- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선은 두 대각선의 중점을 지나는 직선이다.



따라서, $\square OABC$ 와 $\square ODEF$ 의 넓이를 동시에 이등분하는 직선 l 은 두 직사각형의 중점을 지날때이다.

$\square OABC$ 의 중점 : $\left(\frac{5}{2}, \frac{4}{2}\right)$

$\square ODEF$ 의 중점 : $\left(\frac{6}{2}, \frac{7}{2}\right)$ 이므로

$$y = 3x - \frac{11}{2} \therefore a = 3, b = -\frac{11}{2}$$

$$\therefore a + b = 3 - \frac{11}{2} = -\frac{5}{2}$$

해설

직선이 두 사각형과 만나는 점은

$$\left(\frac{4-b}{a}, 4\right), \left(\frac{7-b}{a}, 7\right) \text{ 이다.}$$

이제 각각의 오른쪽 사다리꼴의 넓이를 구해보면

$$\text{i) } \square OABC : \frac{4}{2} \left(\left(5 + \frac{b}{a}\right) + \left(5 - \frac{4b}{a}\right) \right) = 10$$

$$\Rightarrow 2b - 4 + 5a = 0$$

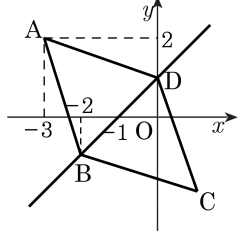
$$\text{ii) } \square ODEF : \frac{7}{2} \left(\left(6 + \frac{b}{a}\right) + \left(6 - \frac{7-b}{a}\right) \right) = 21$$

$$\Rightarrow 6a + 2b - 7 = 0$$

i)과 ii)를 연립하면

$$a = 3, b = -\frac{11}{2} \therefore a + b = 3 - \frac{11}{2} = -\frac{5}{2}$$

41. 다음 그림에서 점 B와 점 D를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 $A(-3, 2)$ 일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD의 중점은 $M(-1, 0)$, 사각형 ABCD가 마름모이므로

$\overline{AM} \perp \overline{BD}$,

$\overline{AM}$ 의 기울기가 -1 이므로

$\overline{BD}$ 의 기울기는 1 ,

점 B와 점 D의 y 값을 a, b 라 하면

$b - a = 2, \frac{a + b}{2} = 0$ 이므로 $a = -1, b = 1$ 이다.

$\therefore D(0, 1)$

$\overline{AM} = 2\sqrt{2}, \overline{MD} = \sqrt{2}$ 이므로

마름모 ABCD의 넓이는

$$4 \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) = 8$$

42. 좌표평면 위의 점 A(-1, 0) 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 B(0, 2) 에서 직선 l 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

- ㉠ $-\frac{1}{2}$ ㉡ $-\frac{1}{3}$ ㉢ $\frac{1}{3}$ ㉣ $\frac{1}{2}$ ㉤ 1

해설

직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 $y = m(x + 1)$

$$\therefore mx - y + m = 0$$

점 B(0, 2) 에서

$$\text{직선 } l \text{ 까지의 거리는 } \frac{|-2 + m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4m^2 + 4m + 1 = 0$$

$$(2m + 1)^2 = 0$$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}$$

43. 점 $(1, 2)$ 와 직선 $x + 2y - 1 + k(2x - y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

해설

점과 직선사이 거리 구하는 공식을 이용한다.

$$\frac{|2k + 1 + 2(2 - k) - 1|}{\sqrt{(2k + 1)^2 + (2 - k)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5k^2 + 5}}$$

$\therefore$ 최솟값은 $k = 0$ 일 때, 분모는 $\sqrt{5}$, 즉 $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 이므로 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.