

1. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3a$

해설

$$-\sqrt{9a^2} = -\sqrt{(3a)^2} = -3a$$

2. 다음 중 무리수인 것은?

① $\sqrt{3} + 4$

② $\sqrt{0.49}$

③ $1.42585858\dots$

④ $-\sqrt{\frac{36}{25}}$

⑤ $\sqrt{9} - 2$

해설

② $\sqrt{0.49} = 0.7$: 유리수

③ $1.42585858\dots = 1.42\bar{58}$: 유리수

④ $-\sqrt{\frac{36}{25}} = -\frac{6}{5}$: 유리수

⑤ $\sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1$: 유리수

3. 수직선 위에 유리수에 대응하는 점들이 찍혀있다. 점들로 수직선을 가득 메우려면, 어떤 수가 필요하겠는가?

- ① 자연수 ② 음의 정수 ③ 무리수
④ 음의 실수 ⑤ 유리수

해설

연속성을 갖는 수는 실수뿐이며 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응을 이루는 수는 실수이다.
실수는 유리수와 무리수로 구분된다.
따라서 유리수와 무리수가 합해졌을 때, 수직선을 가득 메울 수 있다.

4. 다음은 $a = 3\sqrt{2} + 1$, $b = 2\sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. 결과에 해당하는 것을 찾으시오?

$$\begin{aligned} a - b &= (3\sqrt{2} + 1) - (2\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{12} + 1 \end{aligned}$$

- ① $a > b$ ② $a \geq b$ ③ $a < b$ ④ $a \leq b$ ⑤ $a = b$

해설

$\sqrt{18} + 1 > \sqrt{12}$ 이기 때문에 $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$ 의 값 또한 0 보다 크다.

a 와 b 의 대소 관계를 구할 때, $a - b$ 의 값이 양수이면 $a > b$ 이고, 음수이면 $a < b$ 이므로 정답은 $a > b$ 이다.

5. 다음 보기의 수를 $a\sqrt{b}$ 로 나타냈을 때, a 가 다른 하나를 골라라.

보기

㉠ $3\sqrt{7}$

㉡ $\sqrt{18}$

㉢ $\sqrt{45}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

㉡ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{3}$

따라서 a 가 다른 하나는 ㉣이다.

6. $-\frac{3}{2\sqrt{3}} = A\sqrt{3}$ 일 때, A 의 값으로 옳은 것은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 2 ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$-\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} = A\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = -\frac{1}{2}$$

7. 다음 주어진 식이 자연수 n 이 되도록 하는 m 의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m 의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠: 65

▶ 정답: ㉡: 3

▶ 정답: ㉢: 5

해설

㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고 $n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

8. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

- ① $1 - \sqrt{3}$ ② $5 - 3\sqrt{3}$ ③ 0
④ $-5 - \sqrt{3}$ ⑤ $5 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{3} - 2 < 0, 2 - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로} \\ |\sqrt{3} - 2| - |2 - \sqrt{3}| &= -(\sqrt{3} - 2) - (2 - \sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3} + 2 - 2 + \sqrt{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

9. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

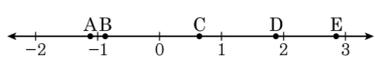
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

10. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서
 $-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.
 $\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

11. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 자연수가 2 개 있다.
- ② 정수가 3 개 있다.
- ③ 무수히 많은 무리수가 있다.
- ④ 무수히 많은 유리수가 있다.
- ⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설

② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 $-1, 0, 1, 2$ 모두 4 개이다.

12. $-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}} \\ & = -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11} \times \sqrt{2}} \times 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -8 \end{aligned}$$

13. 다음 네 개의 수를 큰 순서부터 나열한 것은?

㉠ $\sqrt{1.25}$	㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}$	㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}$

- ① ㉠>㉡>㉢>㉣ ② ㉠>㉢>㉡>㉣ ③ ㉠>㉣>㉡>㉢
④ ㉢>㉣>㉠>㉡ ⑤ ㉡>㉠>㉢>㉣

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{㉡ } \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

∴ ㉠>㉡>㉢>㉣

14. $\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = \frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{2\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{6}$ 이므로 $a+b = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 이다.

15. $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\ &= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \\ \therefore a &= 2, b = -1 \\ \therefore a - b &= 2 - (-1) = 3 \end{aligned}$$

16. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, $\sqrt{20} - (\sqrt{2} - \sqrt{5})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.294

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{20} - (\sqrt{2} - \sqrt{5}) &= 2\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} - \sqrt{2} \\ &= 3 \times 2.236 - 1.414 \\ &= 6.708 - 1.414 = 5.294\end{aligned}$$

17. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\frac{\pi}{4}$ 는 유리수가 아니다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi$ 는 모두 무리수이다.
- ㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

- ㉠ 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ $\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}$ 는 유리수이다.
- ㉢ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

18. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=4$

해설

$$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$$

$$\therefore a = 9$$

$$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore a+b = 9-5 = 4$$

19. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$,
 $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

$$x = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4}$$

$$= 14 \div 2 + 9$$

$$= 7 + 9 = 16$$

$$y = 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225}$$

$$= 2 \times 16 - 15$$

$$= 32 - 15 = 17$$

$$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$$

따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

20. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a, b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

21. $a = (\sqrt{2} + \sqrt{3})$, $b = (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \\ &= (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= (2 + \sqrt{6} + \sqrt{6} + 3) - (2 - \sqrt{6} - \sqrt{6} + 3) \\ &= 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

22. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

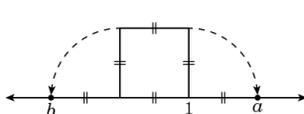
해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2} \\ &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\ &= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\ &= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$\begin{aligned}-\frac{k}{3} + 2 &= 0 \\ \therefore k &= 6\end{aligned}$$

23. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2}-2$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2-\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

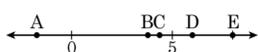
$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

24. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

- ① $A = p, B = q, C = r$ ② $A = q, B = p, C = r$
 ③ $A = q, B = p, D = r$ ④ $B = p, C = q, D = r$
 ⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
 (1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
 (2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
 (3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
 $\therefore r > p > q$
 ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
 $r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
 따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

25. $-1 < a < b < 0 < c$ 일 때,
 $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$ 의 값을 구하
여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2b + 1$

해설

$-1 < a < b < 0 < c$ 에서

$a + 1 > 0, -b > 0, a - b < 0, -2c < 0$

$\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$

$= \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{(2c)^2}$

$= (a+1) - (-b) - (a-b) - 2c + 2c$

$= a + 1 + b - a + b - 2c + 2c$

$= 2b + 1$

27. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

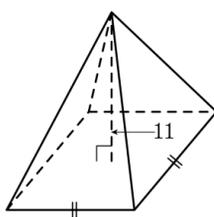
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ (유리수) \pm (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$
- ㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수
- ㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수

28. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 330 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $3\sqrt{10}$ cm

해설

밑면의 한 변의 길이 : x cm

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330, x^2 = 90$$

$$\therefore x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} (\text{cm})$$

29. 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x = (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3}+1)x = (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

30. \sqrt{x} 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(17)} + \frac{1}{f(19)}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{29}{6}$

해설

$f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3, f(16) = 4$ 이므로

$f(1), f(3) = 1$

$f(5), f(7) = 2$

$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$

$f(17), f(19) = 4$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \times \frac{1}{1} + 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{4} \\ &= 2 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{29}{6}\end{aligned}$$