

1. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$ 에 대하여 $A - B$ 의 계산결과로 맞는 식은?

① $2x - 3y - 1$

② $4x + y - 1$

③ $2x + 3y + 3$

④ $4x - 3y + 3$

⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

2. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

3. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a + b) = ma + mb$

② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

4. 항등식 $A(x-1) + B(x-2) = 2x-3$ 에서 미정계수 A, B 를 구할 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x = 1$ 을 대입하면,

$$A(1-1) + B(1-2) = 2 \cdot 1 - 3$$

$$\therefore B = 1$$

$x = 2$ 를 대입하면,

$$A(2-1) + B(2-2) = 2 \cdot 2 - 3$$

$$\therefore A = 1$$

$$\therefore A + B = 2$$

해설

계수비교법 사용

$$Ax - A + Bx - 2B = 2x - 3$$

$$(A+B)x - (A+2B) = 2x - 3$$

$$\therefore A+B = 2$$

5. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

6. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
 $= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$

이므로

$$\begin{array}{r|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$

$\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$

7. 다음 등식을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

$$(1 + 2i)x + (1 + i)y = 1 + 3i$$

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(x + y) + (2x + y)i = 1 + 3i$$

$$x + y = 1, 2x + y = 3$$

$$x = 2, y = -1$$

8. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

10. 이차방정식 $(x-1)(x+3) = 7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$

② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{11}$

④ $-1 \pm \sqrt{11}$

⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

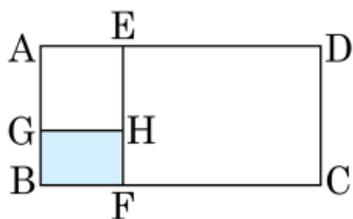
해설

$$(x-1)(x+3) = 7, \quad x^2 + 2x - 3 - 7 = 0,$$

$$x^2 + 2x - 10 = 0$$

$$\text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

11. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

12. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $13 = Q(1) + R$

$$\therefore Q(1) + R = 13$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

13. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

14. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

15. $(a + 1)(a^2 - a + 1) = a^3 + 1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a - 1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

16. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
 ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
 ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
 ㉣ $(z + 1)(\bar{z} + 1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉣ $(z + 1)(\bar{z} + 1) = (a + bi + 1)(a - bi + 1)$
 $= (a + 1 + bi)(a + 1 - bi)$
 $= (a + 1)^2 + b^2$ (실수)

17. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

$$\text{정리하면, } -m + 2 = 0 \quad \therefore m = 2$$

$m = 2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근 } \alpha)$$

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

18. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, \quad -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

20. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \quad \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = (1 + 2i)(1 - 2i) = b \quad \cdots \cdots \text{㉡}$$

\therefore ㉠, ㉡에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

22. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$x^2 - x$ 를 X 로 치환하면

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$$

$$= (X + 1)(X - 3) - 5$$

$$= X^2 - 2X - 3 - 5$$

$$= X^2 - 2X - 8$$

$$= (X - 4)(X + 2)$$

$$= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2)$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

23. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 12

해설

$x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 7, \alpha\beta = 1$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + 2\sqrt{\alpha\beta} + \beta = 7 + 2 = 9$$

$$\text{따라서 } \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 3$$

24. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 5x + b$ 가 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ의 중점의 좌표가 (3, 17)일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 α, β 라고 하면

α, β 는 이차방정식 $2x^2 + ax + 12 = 5x + b$ 의 두 실근이다.

$2x^2 + (a - 5)x + 12 - b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{a - 5}{2} \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

또, 선분 PQ의 중점의 x 좌표가 3이므로

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 3 \text{에서 } \alpha + \beta = 6 \dots\dots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{에서 } -\frac{a - 5}{2} = 6$$

$$\therefore a = -7$$

또, 점 (3, 17)은 직선 $y = 5x + b$ 위의 점이므로 $17 = 5 \cdot 3 + b \quad \therefore$

$$b = 2$$

$$\therefore a + b = -7 + 2 = -5$$

25. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

26. 삼각형의 세변의 길이를 x, y, z 라 할 때, 이들 사이에 다음의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

$$x^2yz + x^3z - xy^2z + xz^3 - y^3z + yz^3 = 0$$

- ① x 가 빗변인 직각삼각형
- ② y 가 빗변인 직각삼각형
- ③ z 가 빗변인 직각삼각형
- ④ $x = y$ 인 이등변삼각형
- ⑤ $x = y, z$ 가 빗변인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (x^2y + x^3 - xy^2 + xz^2 - y^3 + yz^2)z \\ &= \{x^2(x+y) + (x+y)z^2 - (x+y)y^2\}z \\ &= (x+y)(x^2 + z^2 - y^2)z \\ &\therefore (x+y)(x^2 + z^2 - y^2)z = 0 \\ &x^2 + z^2 - y^2 = 0 \quad (\because x, y, z \text{는 모두 양수}) \\ &\therefore x^2 + z^2 = y^2 \Rightarrow y \text{가 빗변인 직각삼각형} \end{aligned}$$