

1. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.
따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

2. $(2x + y - 2)(3x + 2y + 4)$ 를 전개하면?

① $3x^2 + 3xy + 2y^2$

② $3x^2 + 6xy + 2y^2 - 8$

③ $6x^2 + 7xy + 2y^2 - 8$

④ $6x^2 + 2x + 7xy + 2y^2 - 8$

⑤ $12x^2 + 2x + 7xy - 8y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x + y - 2)(3x + 2y + 4) \\ &= 6x^2 + 4xy + 8x + 3xy + 2y^2 + 4y - 6x - 4y - 8 \\ &= 6x^2 + 2x + 7xy + 2y^2 - 8 \end{aligned}$$

3. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$
 $\therefore a = 16, n = 3$
 $\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

4. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

5. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.1$$

- ① 0.5 ② 0.6 ③ 0.7 ④ 0.8 ⑤ 0.9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\&= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1 \\-x + 1 &= 0.1 \\ \therefore x &= 1 - 0.1 \\&= 1 - \frac{1}{10} \\&= \frac{9}{10} \\&= 0.9\end{aligned}$$

6. 다음은 순환소수 $6.7\dot{3}5\dot{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ㉔) ~ ㉖)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑

㉑의 양변에 $\boxed{\text{㉒}}$ 을 곱하면

$\boxed{\text{㉒}}x = 67352.352352\cdots$ ㉓

㉑의 양변에 $\boxed{\text{㉔}}$ 을 곱하면

$\boxed{\text{㉔}}x = 67.352352\cdots$ ㉕

㉓ - ㉕을 하면 $\boxed{\text{㉖}}x = \boxed{\text{㉗}}$

$\therefore x = \boxed{\text{㉘}}$

- ① ㉒) 10000 ② ㉔) 10 ③ ㉕) 9999
- ④ ㉖) 67285 ⑤ ㉗) $\frac{13457}{9999}$

해설

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 으로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑

㉑의 양변에 10000을 곱하면

$10000x = 67352.352352\cdots$ ㉓

㉑의 양변에 10을 곱하면

$10x = 67.352352\cdots$ ㉕

㉓ - ㉕을 하면 $9990x = 67285$

$\therefore x = \frac{13457}{1998}$

7. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15
- ② 16
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

8. $1.\dot{2} + 0.\dot{1}$ 을 계산하여 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$1.\dot{2} + 0.\dot{1} = \frac{11}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{3}$$

9. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

10. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 를 $ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} -2x+y+1 & x-2y-4 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

- ① $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 4$
- ② $-\frac{1}{4}x + y$
- ③ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}x - 2y + 1$
- ⑤ $4x + y - \frac{3}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-2x+y+1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (x-2y-4) \times \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \left(x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - 1\right) \\ &= x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + 1 \\ &= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

11. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의 하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$

② $-5x^2 + 20x - 34$

③ $2x^2 - x + 1$

④ $2x^2 + 5x + 9$

⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{이므로} \\(x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\&= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\&= -5x^2 + 20x - 34\end{aligned}$$

12. $3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} = -7x - 6y$ 일 때, $\boxed{}$ 안에
알맞은 식은?

① $-2x - y$

② $-2x + y$

③ $x + y$

④ $x + 2y$

⑤ $3x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} \\ &= 3x - 2 (x + 2y - y + 3x + \boxed{}) \\ &= 3x - 2x - 4y + 2y - 6x - 2\boxed{} \\ &= -5x - 2y - 2\boxed{} \\ &= -7x - 6y \\ \therefore \boxed{} &= x + 2y \end{aligned}$$

13. 어떤 수 a 에 $-\frac{7}{3}$ 을 나누어야 할 것을 잘못해서 곱했더니 $\frac{14}{15}$ 이 되었다. 이때, 바르게 계산된 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{35}$

해설

$$a \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{14}{15} \therefore a = \frac{14}{15} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{2}{5}$$

$$\text{바르게 계산된 값은 } \left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{7}{3}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{6}{35}$$

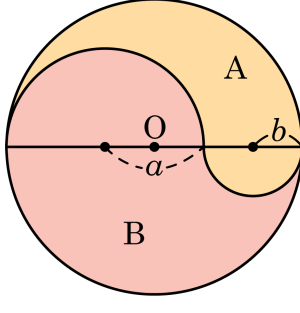
14. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a + b &= 15 \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) \\
 &= \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

16. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x-2y+4z)(2x+2y-4z) \\ &= \{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\} \\ & 2y-4z=A \text{로 치환하면} \\ & (3x-A)(2x+A) \\ &= 6x^2+Ax-A^2 \\ & A=2y-4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2 \\ &= 6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2+16+(-4)=14 \end{aligned}$$

17. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)}$ 의 값은?

① $\frac{6y + x}{6y + x}$
 ④ $\frac{6y + x}{6y - x}$

② $\frac{6y - x}{6y - x}$
 ⑤ $\frac{3y - x}{3y + x}$

③ $\frac{6y - x}{6y + x}$

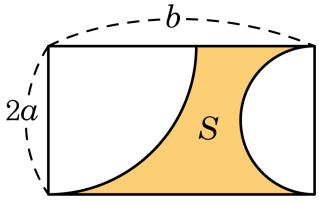
해설

$$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$

18. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



- ① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$
- ② $2ab - a^2\pi$
- ③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$
- ④ $2ab - 2a^2\pi$
- ⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

19. 두 분수 $\frac{3}{168}, \frac{7}{220}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱한 값은 모두 유한소수가 된다. n 이 500 이하의 자연수일 때, 이 조건을 만족하는 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 462

해설

$$\frac{3}{168} \times n = \frac{3}{2^3 \times 3 \times 7} = \frac{1 \times n}{2^3 \times 7}$$
$$\frac{7}{220} \times n = \frac{7 \times n}{2^2 \times 5 \times 11}$$

이 두수가 모두 유한소수가 되려면 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없어야 하므로 n 는 7 과 11 의 공배수, 즉 77 의 배수가 되어야 한다.

77 의 배수로서 500 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 462 이다.

20. 다음 조건을 만족하는 x, y 를 바르게 구한 것은?

- ㉠ $40 < x < 60$ 인 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{130}$ 는
유한소수이다.

㉡ $\frac{x}{130}$ 를 기약분수로 고치면 $\frac{2}{y}$ 이다.

- ① $x = 52, y = 10$

② $x = 52, y = 13$

③ $x = 52, y = 5$

④ $x = 65, y = 5$

⑤ $x = 65, y = 2$

해설

$\frac{x}{130} = \frac{x}{2 \times 5 \times 13}$ 이 유한소수이므로, x 는 13 의 배수이고
 $40 < x < 60$ 인 자연수이므로 $x = 52$ 이다.
따라서 기약분수로 고치면 $\frac{52}{130} = \frac{4 \times 13}{2 \times 5 \times 13} = \frac{2}{5} = \frac{2}{y}$ 가 되므
로 $y = 5$ 이다.

21. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$ ② $5.3\dot{3}$ ③ $5.\dot{3}4$ ④ $5.\dot{3}5$ ⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

22. 분수 $\frac{3}{700}$ 을 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다. 다음 주어진 식의 값은?

$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{25}$

- ① 72
- ② 74
- ③ 76
- ④ 78
- ⑤ 80

해설

$$\frac{3}{700} = 0.0042857\bar{1}$$
$$x_1 = 0, \ x_3 = 4, \ x_5 = 8, \ x_7 = 7, \ \cdots$$
$$\therefore (\text{준식}) = 4 \times (4 + 8 + 7) = 76$$

23. 한 자리 자연수 a, b 에 대하여, $0.\dot{6}\dot{7} - 0.\dot{3} = 0.a\dot{b}$ 일 때, $a \times 0.\dot{b}$ 을 순환소수로 바르게 나타낸 것은?

① $0.\dot{2}\dot{1}$ ② $0.2\dot{1}$ ③ $0.\dot{2}$ ④ $1.\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{4}\dot{1}$

해설

$$0.\dot{6}\dot{7} - 0.\dot{3} = \frac{61}{90} - \frac{3}{9} = \frac{31}{90} = 0.3\dot{4} \text{ 이므로 } a = 3, b = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a \times 0.\dot{b} = 3 \times 0.\dot{4} = 3 \times \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = 1.\dot{3} \text{ 이다.}$$

24. $x * y$ 를 $\begin{cases} x = y \text{이면 } 1 \\ x \neq y \text{ 이면 } -1 \end{cases}$ 이고, $a = 0.3, b = 0.\dot{3}, c = \frac{10}{33}, d = 0.2\dot{9}, e = \frac{1}{3}$ 일 때, 다음의 값을 구하여라.

$(b * c) * (a * d) * (b * e)$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$a = \frac{3}{10}, b = \frac{3}{9}, c = \frac{30}{99}, d = \frac{3}{10}, e = \frac{3}{9} \text{ 이므로}$$
$$(\text{준식}) = (-1) * 1 * 1 = (-1) * 1 = -1$$

25. $5^a \times 9 = 225$, $3 \times 2^b = 192$ 일 때, $a \times b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

225를 소인수분해하면 $3^2 \times 5^2$ 이므로
 $3^2 \times 5^2 = 5^a \times 9 = 5^a \times 3^2$ 이다.
192를 소인수분해하면 3×2^6 이므로
 $3 \times 2^6 = 3 \times 2^b$ 이다.
 $\therefore a = 2, b = 6$

26. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3} = (3^4)^3 = 3^{12} = 81^3$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3 = 12$$

$$\therefore x = 9$$

27. $243^5 \div 81^n = 27^3$ 일 때, n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(3^5)^5 \div 3^{4n} = 3^{25-4n} = 3^9$$

$$25 - 4n = 9$$

$$\therefore n = 4$$

28. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

29. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \ 42 \ 70} \\ 7 \overline{) 14 \ 21 \ 35} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

28 , 42 , 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, \ b = 3, \ c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

30. $a^3 = 2$ 일 때, $\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{65}{63}$

해설

$\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}}$ 을 간단히 하면 $\frac{\frac{a^{18}+1}{a^9}}{\frac{a^{18}-1}{a^9}} = \frac{a^{18} + 1}{a^{18} - 1}$

$a^3 = 2$ 이므로

$$a^{18} = (a^3)^6 = 2^6 = 64$$

따라서 $a^{18} = 64$ 를 대입하여 식의 값을 구하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{a^{18} + 1}{a^{18} - 1} = \frac{64 + 1}{64 - 1} = \frac{65}{63}$$

31. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

2, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32, \dots$ 이므로
2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.
 $97 \div 4 = 24 \dots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$
3, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243, \dots$ 이므로
3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
 $98 \div 4 = 24 \dots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$
 $\therefore 2 \times 9 = 18$

32. 임의의 자연수 a, b 에 대하여 $x^a y^b = (3^{-1})^{b-a}$ 와 $x^b y^a = (3^{-1})^{a-b}$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^a y^b = (3^{-1})^{b-a} \dots \textcircled{A}$$

$$x^b y^a = (3^{-1})^{a-b} \dots \textcircled{B} \text{ 이라 할 때}$$

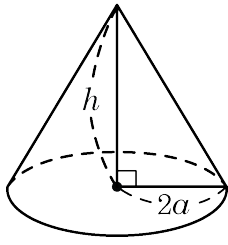
두 식을 좌변끼리 우변끼리 각각 곱하면

$$\begin{aligned} (3^{-1})^{b-a} \times (3^{-1})^{a-b} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{b-a} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{a-b} \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^{b-a+a-b} \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^a y^b \times x^b y^a &= x^{a+b} \times y^{a+b} \\ &= (xy)^{a+b} \end{aligned}$$

$a+b$ 가 자연수 이므로 $(xy)^{a+b} = 1$ 을 만족하는 xy 는 1 이다.

33. 다음 그림은 부피가 $36a^2\pi$ 이고 밑면의 반지름의 길이가 $2a$ 인 원뿔이다. 원뿔의 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이}) = (\text{원뿔의부피})$ 이므로

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (2a)^2 \times h = 36a^2\pi$$

$$\frac{4a^2\pi}{3} \times h = 36a^2\pi$$

$$\therefore h = 27$$

34. $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + \frac{z}{y} + \frac{y}{z} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + 3 = 0$ 일 때, $xy + yz + zx$ 의 값을 구하여라.

(단, $x + y + z = 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + \frac{z}{y} + \frac{y}{z} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + 3 = 0$ 에서

$$\left(\frac{y}{x} + \frac{z}{x} + 1\right) + \left(\frac{z}{y} + \frac{x}{y} + 1\right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{y}{z} + 1\right) = 0$$

$$\frac{x+y+z}{x} + \frac{x+y+z}{y} + \frac{x+y+z}{z} = 0$$

$$(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 0$$

$$x+y+z \neq 0 \text{ 이므로 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

$$\frac{xy + yz + zx}{xyz} = 0$$

$$\therefore xy + yz + zx = 0$$

35. $(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{31}+2^{15}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식에 $(4-2)$ 를 곱하면

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2\times(2^{31}+2^{15})$$

$$=(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$=(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$=(4^8-2^8)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$=4^{16}-2^{16}-2^{32}+2^{16}$$

$$=2^{32}-2^{16}-2^{32}+2^{16}$$

$$=0$$

0 을 2 로 나누어도 0 이므로 주어진 식을 간단히 하면 0 이다.

36. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + (x^2 - 3x),$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7,$$

$x + \frac{1}{x} = 3$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = 3x, \quad x^2 - 3x = -1,$$

$$\therefore 2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = 7 + (-1) = 6$$

37. 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} \text{ (단, } x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = 6 \text{)}$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{5}{6}$
- ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} \frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} &= \frac{x^2yz}{xyz} - \frac{2xy}{xyz} + \frac{xy^2z}{xyz} \\ &= x - \frac{2}{z} + y \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

38. $A = x - 3y$, $B = -3x + 2y$ 일 때, $5A - [B - \{3A - (A - 2B)\}]$ 을 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $4x + 19y$

② $4x - 19y$

③ $6x + 11y$

④ $6x - 11y$

⑤ $3x - y$

해설

$$5A - [B - \{3A - (A - 2B)\}] = 7A + B$$

$A = x - 3y$, $B = -3x + 2y$ 을 대입하면

$$7A + B = 7(x - 3y) + (-3x + 2y) = 7x - 21y - 3x + 2y = 4x - 19y$$

39. $4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 일 때 $x - y + 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 1$

② $2x + 2$

③ $3x + 3$

④ $-4x + 4$

⑤ $5x + 5$

해설

$4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 을 y 에 관하여 정리하면 $y = 5x - 2$ 이다.

$y = 5x - 2$ 를 $x - y + 2$ 에 대입하면 $x - (5x - 2) + 2 = -4x + 4$ 이다.

40. $a : b = x : y$ 일 때, $\frac{\frac{a^3}{x^2} + \frac{b^3}{y^2}}{\frac{(a+b)^3}{(x+y)^2}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = k \text{ 라 하면}$$

$$a = xk, b = yk$$

$$\frac{\frac{a^3}{x^2} + \frac{b^3}{y^2}}{\frac{(a+b)^3}{(x+y)^2}} = \frac{\frac{(xk)^3}{x^2} + \frac{(yk)^3}{y^2}}{\frac{(xk+yk)^3}{(x+y)^2}} = \frac{(x+y)k^3}{(x+y)k^3} = 1$$