

1. 다음 수들을 소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 것의 개수를 구하여라.

$$\frac{1}{100}, \pi, \sqrt{25} - \sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{2}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

순환하지 않는 무한소수 : 무리수

$\frac{1}{100}$: 유리수, π : 무리수

$\sqrt{25} - \sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}$: 무리수

$-\sqrt{2}$: 무리수

2. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환하지 않는 무한소수 ② 분수로 나타낼 수 없는 수
- ③ 유한소수 ④ 순환소수
- ⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

3. 다음을 만족하는 유리수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

$$\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{a}, \quad 3\sqrt{\frac{5}{12}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{b}$$

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{3 \times \frac{2}{3}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$3\sqrt{\frac{5}{12}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{9 \times \frac{5}{12} \times \frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{b}$$

$$\therefore a = 2, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } ab = 3$$

4. $6\sqrt{2}$ 를 \sqrt{a} 꼴로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{12}$ ③ $\sqrt{24}$ ④ $\sqrt{72}$ ⑤ $\sqrt{144}$

해설

$$6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{72}$$

5. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} 6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} &= \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

6. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 4 사이의 실수인 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

② $\sqrt{3} + 3$

③ 1.7

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 4의 가운데 수이다.

7. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0은 제곱근이 없다.
- ② $\sqrt{36}$ 의 제곱근과 6의 제곱근은 같다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 4 또는 -4이다.
- ④ 1의 제곱근은 1개이다.
- ⑤ -2는 -4의 음의 제곱근이다.

해설

- ① 0의 제곱근은 0이다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 -2, 2
- ④ 1의 제곱근은 -1, 1
- ⑤ 음수의 제곱근은 없다.

8. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{a^2} = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$
④ $(\sqrt{a})^2 = a$ ⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

9. 다음 중 $\sqrt{28x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② 7^2 ③ 28 ④ 63 ⑤ $\frac{4}{7}$

해설

$$\sqrt{28x} = \sqrt{2^2 \times 7 \times x}$$

② $\sqrt{2^2 \times 7^3} = 2 \times 7 \times \sqrt{7} = 14\sqrt{7}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

10. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

- ① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

11. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

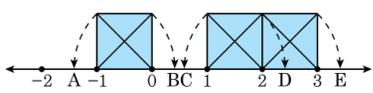
$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \dots \text{①}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \dots \text{②}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

12. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

13. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

14. 다음 두 수의 대소 관계로 옳지 않은 것은?

① $4 < \sqrt{8} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{3} + 1 > \sqrt{5} - 1$

③ $\frac{\sqrt{5}}{10} > \sqrt{0.05}$

④ $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

⑤ $-\frac{\sqrt{18}}{3} > \frac{-\sqrt{(-4)^2}}{2}$

해설

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{5}}{10} = \sqrt{\frac{5}{10^2}} = \sqrt{0.05}$$

15. 다음의 수를 수직선 위에 나타냈더니 그림과 같았다. 점 D에 대응하는 수는?

$$\sqrt{6} \quad 2.5 \quad \sqrt{5}+1 \quad 3-\sqrt{2} \quad \frac{1}{3}$$



- ① $\sqrt{6}$ ② 2.5 ③ $\sqrt{5}+1$
④ $3-\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\frac{1}{3} < 3 - \sqrt{2} < \sqrt{6} < 2.5 < \sqrt{5} + 1 \text{ 이다.}$$

16. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , $5 - \sqrt{10}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① $\sqrt{3} - 1$

② $2 - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{10}$

④ $\sqrt{10} - 1$

⑤ $5 + \sqrt{10}$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ 이고 } 3 < 2 + \sqrt{3} < 4$$

$$\therefore a = 3$$

$$-4 < -\sqrt{10} < -3 \text{ 이고 } 1 < 5 - \sqrt{10} < 2$$

$$\therefore b = (5 - \sqrt{10}) - 1 = 4 - \sqrt{10}$$

$$\therefore a - b = 3 - (4 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 1$$

17. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $-4a + 2b$ ② $-2a - 2b$ ③ $-2a + 2b$
④ $-2a$ ⑤ $4a - 2b$

해설

$$\begin{aligned} a < 0, b > 0 \text{ 이므로 } 2a - b < 0, b - a > 0 \\ \sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2} \\ = |2a-b| + |a| - |b-a| \\ = -2a + b - a - b + a = -2a \end{aligned}$$

18. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a^2 ② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ ③ \sqrt{a}
④ $\sqrt{(-a)^2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

19. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x+y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ \sqrt{xy}

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

20. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{ 를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

21. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3} \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

22. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$$-2x + 2y = 0 \quad (x, y \text{는 유리수}) \text{이 되어야 한다.}$$

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

23. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = t$ 라 하면,

$$\frac{1}{\sqrt{5} + t} = \frac{\sqrt{5} - t}{(\sqrt{5} + t)(\sqrt{5} - t)} = \frac{\sqrt{5} - t}{5 - t^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (5 + 2\sqrt{6})}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12} - \sqrt{18}}{-12}$$

$$= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$$

$$\therefore a + b + c + d = 30 + 12 + 18 - 12 = 48$$

24. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

- ① 5.93 ② 7.56 ③ 7.50 ④ 7.40 ⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$$

25. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1 , r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\text{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$$r_1 = \sqrt{256} = 16\text{cm} \quad \therefore r_2 = 4\text{ (cm)}$$

26. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

⋮

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 10) \\ = 3 \times 55 = 165$$

27. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉣ $-(\sqrt{-y})^2$	㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉥

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$

㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$

㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$

㉣ : $y, -2 < y < -1$

㉤ : $y-3, -5 < y-3 < -4$

㉥ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$

㉡, ㉤ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

28. 자연수 x 에 대하여
 \sqrt{x} 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{196}(=14) < \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15)$ 이므로
 $f(220) = (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14$
 $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$ 이므로
 $f(144) = (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11$
 $\therefore f(220) - f(144) = 14 - 11 = 3$

29. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2:3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{cm}, b\text{cm}$ 라 할 때 $b-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $b-a=1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{cm}, b\text{cm}$ 라 할 때
A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2}:b\sqrt{2}=2:3$ 이므로 $2b\sqrt{2}=3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b=\frac{3}{2}a$ ($\because a>0, b>0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3+b^3=35, a^3+\left(\frac{3}{2}a\right)^3=35, a^3=8$$

$\therefore a=2, b=3$

따라서 $b-a=1$ 이다.

30. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$