

1. 다음 수들을 소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 것의 개수를 구하여라.

$$\frac{1}{100}, \pi, \sqrt{25} - \sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{2}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

순환하지 않는 무한소수 : 무리수

$\frac{1}{100}$: 유리수, π : 무리수

$\sqrt{25} - \sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}$: 무리수

$-\sqrt{2}$: 무리수

2. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수

② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수

④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

3. 다음을 만족하는 유리수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

$$\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{a}, \quad 3\sqrt{\frac{5}{12}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{b}$$

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{3 \times \frac{2}{3}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$3\sqrt{\frac{5}{12}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{9 \times \frac{5}{12} \times \frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{b}$$

$$\therefore a = 2, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } ab = 3$$

4. $6\sqrt{2}$ 를 $\sqrt{a}$ 꼴로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{6}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{24}$

④ $\sqrt{72}$

⑤ $\sqrt{144}$

해설

$$6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{72}$$

5. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} 6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} &= \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

6. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 4 사이의 실수인 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

② $\sqrt{3} + 3$

③ 1.7

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 4 의 가운데 수이다.

7. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0은 제곱근이 없다.
- ② $\sqrt{36}$ 의 제곱근과 6의 제곱근은 같다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 4 또는 -4이다.
- ④ 1의 제곱근은 1개이다.
- ⑤ -2는 -4의 음의 제곱근이다.

해설

- ① 0의 제곱근은 0이다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 -2, 2
- ④ 1의 제곱근은 -1, 1
- ⑤ 음수의 제곱근은 없다.

8. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

9. 다음 중 $\sqrt{28x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것은?

① $\frac{1}{7}$

② 7^2

③ 28

④ 63

⑤ $\frac{4}{7}$

해설

$$\sqrt{28x} = \sqrt{2^2 \times 7 \times x}$$

② $\sqrt{2^2 \times 7^3} = 2 \times 7 \times \sqrt{7} = 14\sqrt{7}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

10. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5

② 70

③ 81

④ 89

⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

11. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

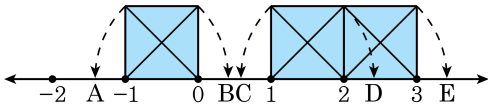
$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \dots \textcircled{1}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \dots \textcircled{2}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

12. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

13. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다,
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

14. 다음 두 수의 대소 관계로 옳지 않은 것은?

① $4 < \sqrt{8} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{3} + 1 > \sqrt{5} - 1$

③ $\frac{\sqrt{5}}{10} > \sqrt{0.05}$

④ $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

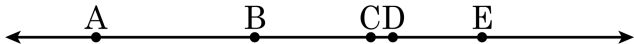
⑤ $-\frac{\sqrt{18}}{3} > \frac{-\sqrt{(-4)^2}}{2}$

해설

③ $\frac{\sqrt{5}}{10} = \sqrt{\frac{5}{10^2}} = \sqrt{0.05}$

15. 다음의 수를 수직선 위에 나타냈더니 그림과 같았다. 점 D에 대응하는 수는?

$$\sqrt{6} \quad 2.5 \quad \sqrt{5} + 1 \quad 3 - \sqrt{2} \quad \frac{1}{3}$$



① $\sqrt{6}$

② 2.5

③ $\sqrt{5} + 1$

④ $3 - \sqrt{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\frac{1}{3} < 3 - \sqrt{2} < \sqrt{6} < 2.5 < \sqrt{5} + 1 \text{ 이다.}$$

16. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , $5 - \sqrt{10}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① $\sqrt{3} - 1$

② $2 - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{10}$

④ $\sqrt{10} - 1$

⑤ $5 + \sqrt{10}$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ 이고 } 3 < 2 + \sqrt{3} < 4$$

$$\therefore a = 3$$

$$-4 < -\sqrt{10} < -3 \text{ 이고 } 1 < 5 - \sqrt{10} < 2$$

$$\therefore b = (5 - \sqrt{10}) - 1 = 4 - \sqrt{10}$$

$$\therefore a - b = 3 - (4 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 1$$

17. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

18. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

19. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2 + 3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

20. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$

$$= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

21. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

보기

$$\textcircled{㉠} \sqrt{75} = A \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉤} \sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\textcircled{㉠} \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5 \sqrt{3} \therefore A = 5$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{10^2 \times 3} = 10 \sqrt{3} \therefore B = 10$$

$$\textcircled{㉢} 7 \sqrt{3} \therefore C = 7$$

$$\textcircled{㉣} \frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6} \sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$$

$$\textcircled{㉤} \sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10} \sqrt{3} \therefore E = 0.1$$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$$\therefore 10 \times 0.1 = 1$$

22. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수) 이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

23. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d}$ 이다. 이 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = t$ 라 하면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5} + t} &= \frac{\sqrt{5} - t}{(\sqrt{5} + t)(\sqrt{5} - t)} = \frac{\sqrt{5} - t}{5 - t^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{5 - (5 + 2\sqrt{6})} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12} - \sqrt{18}}{-12} \\ &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}}{d} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 30 + 12 + 18 - 12 = 48$$

24. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

① 5.93

② 7.56

③ 7.50

④ 7.40

⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$$

25. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi \text{ cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$$r_1 = \sqrt{256} = 16 \text{ cm} \quad \therefore r_2 = 4 \text{ (cm)}$$

26. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

$\vdots$

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$\begin{aligned} f(1) + f(2) + \cdots + f(10) &= 3(1 + 2 + 3 + \cdots + 10) \\ &= 3 \times 55 = 165 \end{aligned}$$

27. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$

㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$

㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$

㉤ $-(\sqrt{-y})^2$

㉥ $-\sqrt{(y-3)^2}$

㉦ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉥

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉦

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$

㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$

㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$

㉤ : $y, -2 < y < -1$

㉥ : $y-3, -5 < y-3 < -4$

㉦ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$

㉡, ㉥ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

28. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{196}(=14) &< \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15) \text{ 이므로} \\ f(220) &= (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14 \\ \sqrt{144} &= \sqrt{(12)^2} = 12 \text{ 이므로} \\ f(144) &= (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11 \\ \therefore f(220) - f(144) &= 14 - 11 = 3\end{aligned}$$

29. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때

A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2} : b\sqrt{2} = 2 : 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

30. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$