

1. 직각을 낀 두 변의 길이 x, y 의 합이 10이고 넓이가 8 이상인 직각삼각형이 있을 때, 다음 물음에 알맞게 답한 것을 고르면?

- (1) x 의 값의 범위를 구하여라.
(2) 빗변의 길이를 z 라 할 때, z^2 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.
(3) z^2 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

① (1) $2 \leq x \leq 9$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 52

② (1) $1 \leq x \leq 8$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 51

③ (1) $2 \leq x \leq 8$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 50

④ (1) $2 \leq x \leq 8$, (2) $x^2 - 20x + 100$, (3) 69, 52

⑤ (1) $2 \leq x \leq 8$, (2) $x^2 - 20x + 100$, (3) 69, 50

해설

- (1) $x + y = 10$ 에서 $y = 10 - x$ 이고
삼각형의 넓이가 8 이상이므로

$$\frac{1}{2}xy \geq 8, \quad \frac{1}{2}x(10 - x) \geq 8$$

$$x^2 - 10x + 16 \leq 0, \quad (x - 2)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq x \leq 8$$

- (2) 피타고라스의 정리에 의해

$$z^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$

- (3) $z^2 = 2x^2 - 20x + 100 = 2(x - 5)^2 + 50$

이 때, $2 \leq x \leq 8$ 이므로 z^2 은 $x = 5$ 일 때

최솟값 50, $x = 2$ 또는 $x = 8$ 일 때

최댓값 68을 갖는다.

2. 너비가 40cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

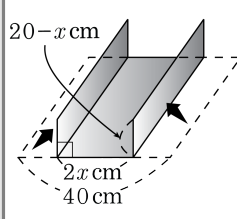
① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20 - x$ 이다.
단면의 넓이는

$$2x(20-x) = -2x^2 + 40x = -2(x^2 - 20x + 200) + 100 = -2(x-10)^2 + 200$$

$\therefore x = 10$ 일 때 넓이가 최대이다.



3. 구입 가격이 1kg에 2000원인 돼지고기를 1kg에 3000원씩 판매하면 하루에 100kg을 팔 수 있으며 1kg에 10원씩 판매 가격을 내릴 때마다 판매량이 3kg씩 증가하고 1kg에 10원씩 판매 가격을 올릴 때마다 판매량이 3kg씩 감소한다고 한다.
1kg에 p 원씩 판매할 때, 하루의 이익을 최대로 할 수 있는 p 의 값을 구하면? (단, 판매가격은 10원 단위로만 인상 또는 인하 할 수 있다.)

- ① 2600원 ② 2670원 ③ 2700원
④ 2750원 ⑤ 2800원

해설

3000원에서 10x원 가격을 내렸을 때
1kg의 판매가격은 $3000 - 10x$
1일 판매량은 $100 + 3x$
따라서 하루의 이익 P 는
$$\begin{aligned} P &= (3000 - 10x)(100 + 3x) - 2000(100 + 3x) \\ &= (1000 - 10x)(100 + 3x) \\ &= -30x^2 + 2000x + 100000 \\ &= -30\left(x^2 - \frac{200}{3}x\right) + 100000 \\ &= -30\left(x - \frac{100}{3}\right)^2 + \frac{400000}{3} \end{aligned}$$
 x 가 문제에서 정수이므로 $x = 33$ 일 때 최대이다.
따라서 $3000 - 330 = 2670$ (원)

4. 어떤 수공예 업자가 만든 수공예품의 원가는 15000 원이다. 시장 조사를 하더니 정가를 25000 원으로 하면 하루에 200 개를 팔 수 있고, 500원씩 정가를 내릴 때마다 20개씩 더 팔 수 있다고 한다. 최대 이윤을 얻으려면 정가를 얼마로 해야 하는가?
- ① 22500 원 ② 23000 원 ③ 23500 원
- ④ 24000 원 ⑤ 24500 원

해설

한 개의 이윤을 x 원이라 하면

팔리는 제품의 개수는

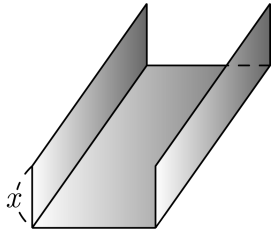
$$200 + \frac{10000 - x}{500} \times 20 = 600 - \frac{x}{25}$$

총 이윤을 p 라 하면

$$\begin{aligned} p &= x \left(600 - \frac{x}{25} \right) = -\frac{x^2}{25} + 600x \\ &= -\frac{1}{25}(x^2 - 15000x) \\ &= -\frac{1}{25}(x - 7500)^2 + 2250000 \end{aligned}$$

따라서 한 개의 이윤이 7500 원일 때,
최대 이윤을 얻을 수 있으므로 정가는
 $15000 + 7500 = 22500$ (원)

5. 다음 그림과 같이 폭이 20 cm인 양철판을 구부려서 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대일 때, x 의 값은?

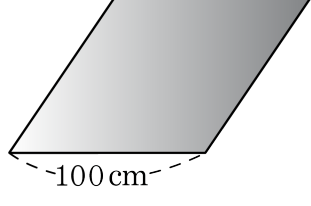


- ① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

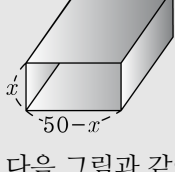
단면의 세로의 길이를 x cm라 하면
가로의 길이는 $(20 - 2x)$ cm
단면의 넓이를 S m²라 하면
 $S = x(20 - 2x) = -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$ ($0 < x < 10$)
따라서 $x = 5$ (cm)일 때,
 S 는 최댓값 50 m²를 갖는다.

6. 다음 그림과 같은 철판을 구부려서 직사각형의 철판 S를 만들고자 한다. S의 단면적의 최댓값은?



- ① 695 cm^2 ② 710 cm^2 ③ 625 cm^2
 ④ 525 cm^2 ⑤ 410 cm^2

해설



다음 그림과 같이 단면적이 직사각형이 되도록 철판으로 구부리면 단면적 S는

$$S = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

$$= -(x - 25)^2 + 625$$

∴ $x = 25$ 일 때, S의 최댓값은 625 cm^2

7. 주말 연속극을 시작하기 전에 상품 광고를 하려고 한다. 광고에는 광고 시간이 20초인 것과 25초인 것 두 종류가 있고, 광고 내용이 바뀔 때마다 1초 동안의 간격을 둔다. 정확하게 4분 30초 동안에 11개의 상품을 광고하고 싶다면 광고 시간이 20초인 상품을 몇 개 광고해야 하는지 구하면?

① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

20초 광고의 개수를 x ,
25초 광고의 개수를 y 라 할 때
11개의 광고들 사이의 간격은 $10 \times 1(\text{초}) = 10(\text{초})$
총 4분 30초는 $60 \times 4 + 30 = 270(\text{초})$ 이다.
 $\therefore$ 광고에 사용되는 시간은 $270 - 10 = 260(\text{초})$

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 20x + 25y = 260 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면, $x = 3$, $y = 8$

따라서 20초 광고는 3개이다.

8. 거리가 100 m인 두 지점 A , B 가 있다. 갑은 A 에서 출발하며 B 로 달리고, 을은 B 에서 출발하여 A 로 자전거를 타고 달렸다. 두 사람은 동시에 출발하여 P 지점에서 만났는데 만나고 나서 갑은 8 초 후에 B 에, 을은 2 초 후에 A 에 도착하였다. 갑, 을이 각각 일정한 속도로 달렸다고 할 때, A , P 사이의 거리는?

- ① 20 m

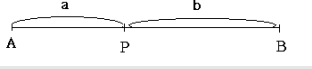
② 30 m

③ $\frac{100}{3}$ m
- ④ $\frac{121}{4}$ m

⑤ $\frac{147}{5}$ m

해설

갑의 속도를 α , 을의 속도를 β 라 하자.



$$a + b = 100 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta}, \quad \frac{b}{\alpha} = 8, \quad \frac{a}{\beta} = 2$$

$$\text{정리하면 } \frac{a}{\left(\frac{b}{8}\right)} = \frac{b}{\left(\frac{a}{2}\right)} \text{에서}$$

$$\frac{a^2}{2} = \frac{b^2}{8}, \quad 4a^2 = b^2$$

$$\therefore b = 2a (\because a, b \text{는 양수})$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } 3a = 100 \quad a = \frac{100}{3} \text{ m}$$

9. 200m운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

- ① 8 km/h ② 9 km/h ③ 10 km/h
④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
 $3x - 3y = 200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
 $x + y = 200$
$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3}$ m/분
 $\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4\text{km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$