

1.  $x = -2 - i$  일 때,  $x^2 + 4x + 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$  에서  $x + 2 = -i$  의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$  이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

2. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

보기

- I.  $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$   
II.  $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$   
III.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$   
IV.  $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

- I.  $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$   
 $\therefore$  옳지 않다.  
II.  $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$   
 $\therefore$  옳다.  
III.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$   
 $\therefore$  옳지 않다.  
IV.  $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$   
 $\therefore$  옳다.

3. 방정식  $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{1}{2}$  또는  $-0.5$

▷ 정답 :  $\frac{3}{2}$  또는  $1.5$

해설

i )  $x < 0$  일 때,  
 $-x - (x - 1) = 2$  이므로  $-2x + 1 = 2$   
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$   
ii )  $0 \leq x < 1$  일 때,  
 $x - (x - 1) = 2$  이므로  $0 \cdot x = 1$   
 $\therefore$  해가 없다.  
iii)  $1 \leq x$  일 때,  
 $x + x - 1 = 2$  이므로  $2x = 3$   
 $\therefore x = \frac{3}{2}$   
( i ), ( ii ), ( iii) 에서  $x = -\frac{1}{2}$  또는  $x = \frac{3}{2}$

4. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x - 5$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x - 1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$x = 1$  일 때, 최댓값  $-2$  를 갖는다.

5.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

6.  $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

7. 이차방정식  $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이  $b + \sqrt{3}i$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b$ 는 실수이고  $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

계수가 모두 실수이므로  
다른 한 근은  $b - \sqrt{3}i$ 이다.  
따라서 두 근의 근과 계수의 관계에서  
 $a = (b + \sqrt{3}i)(b - \sqrt{3}i) = b^2 + 3$   
 $-6 = (b + \sqrt{3}i) + (b - \sqrt{3}i) = 2b,$   
 $b = -3, a = 12$   
따라서  $a + b = 9$

8. 이차함수  $y = 3x^2 + a(2 + b)x - 4$ 는 축의 방정식이  $x = 2$  이고, 최솟값은  $b$  이다. 이때, 상수  $a, b$  의 곱  $ab$  의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{9}{7}$       ②  $\frac{6}{7}$       ③ 30      ④  $-\frac{16}{7}$       ⑤  $-\frac{96}{7}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + b \\&= 3(x^2 - 4x + 4) + b \\&= 3x^2 - 12x + 12 + b \\12 + b &= -4 \therefore b = -16 \\2a + ab &= 2a - 16a = -12 \\-14a &= -12 \\\therefore a &= \frac{6}{7} \\\therefore ab &= \frac{6}{7} \times (-16) = -\frac{96}{7}\end{aligned}$$

9. 실수  $x, y$  가 방정식  $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$  을 만족할 때,  $y$  의 최댓값과 최솟값을 구하면 ?
- ① 최댓값 1, 최솟값  $-3$                       ② 최댓값 3, 최솟값  $-1$   
③ 최댓값 3, 최솟값 1                      ④ 최댓값  $-1$ , 최솟값  $-3$   
⑤ 최댓값 4, 최솟값  $-1$

해설

$x$ 에 관해 내림차순으로 정리하면  
 $4x^2 - 16x + y^2 + 2y + 13 = 0$   
실수의 해를 가지므로  
 $\frac{D}{4} = (-8)^2 - 4(y^2 + 2y + 13) \geq 0$   
 $\therefore y^2 + 2y - 3 \leq 0$   
 $\therefore (y + 3)(y - 1) \leq 0$   
 $\therefore -3 \leq y \leq 1$   
따라서, 최댓값은 1, 최솟값은  $-3$

10. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

①  $30\text{ cm}^2$

②  $32\text{ cm}^2$

③  $34\text{ cm}^2$

④  $36\text{ cm}^2$

⑤  $38\text{ cm}^2$

해설

가로의 길이를  $x\text{ m}$ , 세로의 길이를  $(24 - x)\text{ m}$ , 넓이를  $y\text{ m}^2$  라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(24 - x) \\&= -x^2 + 24x \\&= -(x^2 - 24x + 144 - 144) \\&= -(x - 12)^2 + 144\end{aligned}$$

따라서  $x = 12$  일 때 넓이의 최댓값은  $144\text{ m}^2$  이다.

11. 허수  $w$ 가  $\omega^3 = 1$ 을 만족할 때,  $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} w^3 = 1 &\Rightarrow (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 \\ = \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2 \\ = (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1 \end{aligned}$$

12.  $a(a+1)=1$  일 때,  $\frac{a^4-a^2}{a^6-1}$  의 값은?

① 1

②  $\frac{1}{2}$

③  $\frac{1}{3}$

④  $\frac{1}{4}$

⑤  $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1)=1 \text{ 에서}$$

$$a^2=-a+1$$

$$a^4=(-a+1)^2=a^2-2a+1$$

$$=(-a+1)-2a+1=-3a+2$$

$$a^6=a^4 \times a^2=(-3a+2)(-a+1)$$

$$=3a^2-5a+2=3(-a+1)-5a+2$$

$$=-8a+5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4-a^2}{a^6-1} &= \frac{-3a+2-(-a+1)}{-8a+5-1} \\ &= \frac{-2a+1}{-8a+4} = \frac{-2a+1}{4(-2a+1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

13. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단,  $a < c$ )

$$(x-a)^2(bx-x^2-1)=(x-c)^2(dx-x^2-1)$$

- ① -4                      ② 4                      ③ 5                      ④ -5                      ⑤ 0

해설

$a < c$ 에서  $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서  
 $x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$   
 $x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$   
 $\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$   
 $\therefore a + b + c + d = 0$

14.  $a + b + c = 0$  일 때, 다음 중  $2a^2 + bc$ 와 같은 것은?

①  $(a - c)^2$

②  $(b + c)^2$

③  $(a + b)(b + c)$

④  $(a - b)(a - c)$

⑤  $(a - b)(a + c)$

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 + bc &= 2a^2 - b(a + b) \quad (\because c = -a - b) \\ &= 2a^2 - ab - b^2 \\ &= (a - b)(2a + b) \\ &= (a - b)(a + b + a) \\ &= (a - b)(a - c) \quad (\because a + b = -c) \end{aligned}$$

15.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2x - 3 = m(x + 2)$ 가  $1 < x < 2$ 에서 적어도 한 개의 실근을 가질 때, 정수  $m$ 의 개수는?

- ① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

$$\begin{cases} y = x^2 = 2x - 3 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = m(x + 2) \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

이라 하면 직선  $\textcircled{2}$ 은  $m$ 의 값에 관계없이 항상 점  $(-2, 0)$ 을 지난다.

이 때, 교점의  $x$ 좌표가 1 과 2 사이에 존재해야 하므로

( i ) 직선  $\textcircled{2}$ 이

점  $(1, 0)$ 을 지날 때

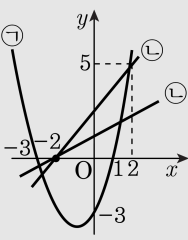
$$3m = 0 \quad \therefore m = 0$$

( ii ) 직선  $\textcircled{2}$ 이 점  $(2, 5)$ 를 지날 때

$$4m = 5 \quad \therefore m = \frac{5}{4}$$

( i ), ( ii )에서  $0 < m < \frac{5}{4}$

따라서, 정수  $m$ 의 값은 1 하나뿐이다.



16. 삼차방정식  $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수  $a$ 의 값을 모두 구하면?

①  $-1$

②  $0, 8$

③  $-1, 8$

④  $-1, 0, -8$

⑤  $-1, 0, 8$

해설

( i )  $x=1$ 을 중근으로 가질 때

$x=1$ 을  $x^2-ax+2a=0$ 에 대입하면  $a=-1$

( ii )  $x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가질 때

$D=a^2-8a=0$

$\therefore a=0$  또는  $8$

( i ), ( ii )에 의하여  $a=-1, 0, 8$

17. 다항식  $f(x)$ 는  $(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지고  $x+4$ 로 나누면 3이 남는다.  $f(x)$ 를  $(x+2)^2(x+4)$ 로 나눌 때, 나머지를 구하면?

- ㉠  $\frac{3}{4}(x+2)^2$       ㉡  $\frac{3}{2}(x+2)^2$       ㉢  $3(x+2)^2$   
㉣  $(x+2)(x+4)$       ㉤  $3x^2+4x+3$

해설

$f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 라 놓으면  $f(x)$ 는

$(x+2)^2$ 으로 나누어떨어지므로

$$ax^2 + bx + c = a(x+2)^2$$

$$\therefore f(x) = (x+2)^2(x+4)Q(x) + a(x+2)^2$$

또  $f(x)$ 를  $(x+4)$ 로 나눌 때 나머지가 3이므로  $f(-4) = 3$

$$\therefore 4a = 3, a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지는 } \frac{3}{4}(x+2)^2$$

18. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(1 - \alpha)(1 - \beta) + (2 - \alpha)(2 - \beta) + \cdots + (5 - \alpha)(5 - \beta)$ 의 값을 구하면?

① 50      ② 40      ③ 10      ④ 30      ⑤ 20

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$$

$$\therefore (1 - \alpha)(1 - \beta) + (2 - \alpha)(2 - \beta) + \cdots + (5 - \alpha)(5 - \beta)$$

$$= (1 - (\alpha + \beta) + \alpha\beta) + (4 - 2(\alpha + \beta) + \alpha\beta) + \cdots +$$

$$\{25 - 5(\alpha + \beta) + \alpha\beta\}$$

$$= (1 + 4 + 9 + 16 + 25) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5)(\alpha + \beta) + 5\alpha\beta$$

$$= 55 - 15 \times 2 - 5 = 55 - 30 - 5 = 20$$

19.  $x^3 + ax + 1 = 0$  의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$  라 할 때,  $\frac{\beta + \gamma}{\alpha^2}, \frac{\gamma + \alpha}{\beta^2}, \frac{\alpha + \beta}{\gamma^2}$

를 세 근으로 하는 삼차방정식은?

- ①  $x^3 - ax^2 - 1 = 0$
- ②  $x^3 - ax^2 + 1 = 0$
- ③  $x^3 + ax^2 - 1 = 0$
- ④  $x^3 + ax^2 + 1 = 0$
- ⑤  $x^3 + ax - 1 = 0$

해설

$x^3 + ax + 1 = 0$  의 세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$  이므로  
근과 계수와의 관계에 의해서

$\alpha + \beta + \gamma = 0,$

$a\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = a, \alpha\beta\gamma = -1$

$\therefore \frac{\beta + \gamma}{\alpha^2} = -\frac{\alpha}{\alpha^2} = -\frac{1}{\alpha}$

같은 방법으로  $\frac{\gamma + \alpha}{\beta^2} = -\frac{\beta}{\beta^2} = -\frac{1}{\beta},$

$\frac{\alpha + \beta}{\gamma^2} = -\frac{\gamma}{\gamma^2} = -\frac{1}{\gamma}$

$\left(-\frac{1}{\alpha}\right) + \left(-\frac{1}{\beta}\right) + \left(-\frac{1}{\gamma}\right)$

$= -\frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = a$

$\left(-\frac{1}{\alpha}\right)\left(-\frac{1}{\beta}\right) + \left(-\frac{1}{\beta}\right)\left(-\frac{1}{\gamma}\right) + \left(-\frac{1}{\gamma}\right)\left(-\frac{1}{\alpha}\right)$

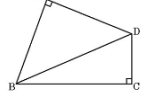
$= \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = 0$

$\left(-\frac{1}{\alpha}\right)\left(-\frac{1}{\beta}\right)\left(-\frac{1}{\gamma}\right) = -\frac{1}{\alpha\beta\gamma} = 1$

따라서, 구하는 삼차방정식은

$x^3 - ax^2 - 1 = 0$  이다.

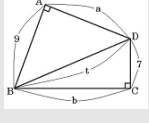
20. 네 변의 길이는 서로 다른 자연수이고,  $\overline{AB} = 9$ ,  $\overline{CD} = 7$ ,  $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$ 인 사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD의 길이를  $t$ 라 할 때,  $t^2$ 의 값을 구하면?



- ① 83      ② 85      ③ 87      ④ 120      ⑤ 130

해설

$\overline{AD} = a$ ,  $\overline{BC} = b$ ,  $\overline{BD} = t$ 라 할 때,



$$9^2 + a^2 = 7^2 + b^2, \quad b^2 - a^2 = 32$$

(자연수이므로,  $b > a$ )

$$(b - a)(b + a) = 32 \Rightarrow \text{부정방정식}$$

$b > a$ 이므로

$b - a$ ,  $b + a$  모두 자연수이므로,

곱이 32가 되는 수의 조합은

$$1 \times 32 = 32, \quad 2 \times 16 = 32, \quad 4 \times 8 = 32, \dots$$

$b - a = 4$ ,  $b + a = 8$ 일 때 조건이 성립하므로,

$a = 2$ ,  $b = 6$ 이다.

$b + a = 16$ ,  $b - a = 2$ 일 때도

성립하나, 서로 다른 자연수 조건에 위배하므로,

$$\therefore t^2 = 9^2 + 2^2 = 81 + 4 = 85$$