

1. $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8-2\sqrt{5}$

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ 이고, $4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로

$a = 4, b = 2\sqrt{5} - 4$ 이다.

$\therefore a - b = 4 - (2\sqrt{5} - 4) = 8 - 2\sqrt{5}$

2. $\frac{3+\sqrt{27}}{3}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 정수 부분 : 2

▷ 정답: 소수 부분 : $-1 + \sqrt{3}$

해설

$\frac{3+\sqrt{27}}{3} = 1 + \sqrt{3} = 1 + 1.732\cdots = 2.732\cdots$ 이므로 정수 부분 : 2,
소수 부분 : $1 + \sqrt{3} - 2 = -1 + \sqrt{3}$ 이다.

3. $\sqrt{7} + 2$ 의 정수 부분과 소수 부분을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 정수 부분 : 4

▷ 정답: 소수 부분 : $\sqrt{7} - 2$

해설

$\sqrt{7} = 2.\times\times\times$ 이므로 $\sqrt{7} + 2 = 4.\times\times\times$ 가 되므로 정수 부분은 4가 된다.

$\sqrt{7} + 2 - 4 = \sqrt{7} - 2$ 는 소수 부분이 된다.

4. $\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2a+b$ 의 값은 얼마인가?

① $\sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $2 + \sqrt{3}$

④ 5

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로

$\therefore a = 1, b = \sqrt{3} - 1$

$\therefore 2a + b = 2 + \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3} + 1$

5. $\sqrt{27}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a(a+10) - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$5 < \sqrt{27} < 6 \text{ 이므로 } a = \sqrt{27} - 5$$

$$a + 5 = \sqrt{27} \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$a^2 + 10a + 25 = 27$$

$$a^2 + 10a = 2$$

$$\therefore a(a+10) - 5 = a^2 + 10a - 5 = 2 - 5 = -3$$

6. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답: $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,

a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화시키면 $b = \sqrt{5} + 2$

이다.

$(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 식에

$a = \sqrt{5} - 2, b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면

$$(\sqrt{5}-2-1)x+2(\sqrt{5}+2+3)y+1=0$$

$$\text{정리하면 } (\sqrt{5}-3)x+2(\sqrt{5}+5)y+1=0,$$

$$\text{전개하면 } x\sqrt{5}-3x+2y\sqrt{5}+10y+1=0 \text{ 이다.}$$

(유리수) + (무리수) = 0 이므로

(유리수) = 0, (무리수) = 0 이 되어야 한다.

$$x\sqrt{5}+2y\sqrt{5}=0, -3x+10y+1=0 \text{ 이므로}$$

$$x+2y=0, -3x+10y=-1 \text{ 이다.}$$

두 식 $x+2y=0, -3x+10y=-1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$

이다.

또, $x+2y=0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

7. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$ ② $-2 + 2\sqrt{2}$ ③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$ ⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 \text{이므로 } a &= 1, b = \sqrt{2} - 1 \\ 2a^2 + 5b &= 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1) \\ &= 2 + 5\sqrt{2} - 5 \\ &= -3 + 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

8. $9a^2 - 16b^2 = -12$ 이고 $3a - 4b = 4$ 일 때, $3a + 4b$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ -2 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$(3a + 4b)(3a - 4b) = -12$$

$$\therefore 3a + 4b = -3$$

9. 다음을 만족할 때, $x^2 - y^2 + 3(x + y)$ 의 값을 구하면?

$$x + y = \sqrt{3}, x - y = \sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ② $\sqrt{5} + \sqrt{10}$ ③ $\sqrt{10} + \sqrt{3}$
④ $\sqrt{15} + 3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15} + 4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 3(x + y) &= (x + y)(x - y) + 3(x + y) \\ &= (x + y)(x - y + 3) \\ &= \sqrt{3}(\sqrt{5} + 3) \\ &= \sqrt{15} + 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

10. $25x^2 - 16y^2 = 9$, $5x + 4y = 9$ 일 때, $4y - 5x$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$25x^2 - 16y^2 = 9, (5x + 4y)(5x - 4y) = 9$$

$$9(5x - 4y) = 9$$

$$5x - 4y = 1$$

$$\therefore 4y - 5x = -1$$

11. $a+b=2$, $a^2-b^2=10$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a-b=5$

해설

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 2 \times (a - b) = 10$$

$$\therefore a - b = 5$$

12. $x - y = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 의 값은?

① $2\sqrt{5}$

② $4\sqrt{5}$

③ $1 + 2\sqrt{5}$

④ $2 + 2\sqrt{5}$

⑤ $3 + 2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3 \\ &= (x - y)^2 + 2(x - y) - 3 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

13. $x + y = 3\sqrt{2}$, $xy = 5$ 일 때, $x^2 - 3xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3xy + y^2 &= (x + y)^2 - 5xy \\ &= (3\sqrt{2})^2 - 5 \times 5 \\ &= 18 - 25 = -7\end{aligned}$$

14. $ab = 2$, $(a + 3)(b + 3) = 20$ 일 때, $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a + b)^3 - ab(a + b)$$

$$ab = 2, (a + 3)(b + 3) = 20 \text{ 에서}$$

$$2 + 3(a + b) + 9 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b = 3$$

$$\therefore (a + b)^3 - ab(a + b) = 3^3 - 2 \times 3 = 21$$

15. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{0.3} = 0.1a$ ② $\sqrt{0.03} = 0.1b$ ③ $\sqrt{300} = 10a$

④ $\sqrt{30000} = 10b$ ⑤ $\sqrt{0.27} = 0.3a$

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = 0.1b$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0.1a$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{30000} = \sqrt{3 \times 10000} = 100\sqrt{3} = 100a$$

16. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{0.03}$ 와 $\sqrt{0.003}$ 의 값으로 바르게 짝지어진 것은?

- ① 0.001732 , 0.5477 ② 0.05477 , 0.1732
③ 0.1732 , 0.05477 ④ 0.5477 , 0.01732
⑤ 0.1732 , 0.001732

해설

$$\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0.1732$$

$$\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = \frac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$$

17. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{7} = 2.646$)

① $\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2}$

⑤ $\pi - \sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2} = 2.646 - 1.414 = 1.232$

18. 다음 중 $\sqrt{23} = 4.796$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\sqrt{0.023}$

㉡ $\sqrt{230}$

㉢ $\sqrt{0.23}$

㉣ $\sqrt{23000}$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $\sqrt{0.023} = \sqrt{\frac{2.3}{100}} = \frac{\sqrt{2.3}}{10}$

㉡ $\sqrt{230} = \sqrt{2.3 \times 10^2} = 10\sqrt{2.3}$

㉢ $\sqrt{0.23} = \sqrt{\frac{23}{100}} = \frac{\sqrt{23}}{10} = 0.4796$

㉣ $\sqrt{23000} = \sqrt{2.3 \times 10^4} = 100\sqrt{2.3}$

이므로 $\sqrt{23} = 4.796$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있는 것은 모두 1개이다.

19. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$ 의 제곱근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.439

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \\ &= \frac{1.414}{2} + 1.732 \\ &= 0.707 + 1.732 = 2.439\end{aligned}$$

20. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$

② $\sqrt{3} - 0.1$

③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

21. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, $\sqrt{20} - (\sqrt{2} - \sqrt{5})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.294

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{20} - (\sqrt{2} - \sqrt{5}) &= 2\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} - \sqrt{2} \\ &= 3 \times 2.236 - 1.414 \\ &= 6.708 - 1.414 = 5.294\end{aligned}$$

22. $6x^2 + 5x - a = (2x + b)(3x + 7)$ 가 성립할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -24 ② -18 ③ -10 ④ 18 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} 6x^2 + 5x - a &= (2x + b)(3x + 7) \\ &= 6x^2 + 14x + 3bx + 7b \\ &= 6x^2 + (14 + 3b)x + 7b \\ 14 + 3b &= 5, \quad 7b = -a, \quad b = -3, \quad a = 21 \\ \therefore a - b &= 21 - (-3) = 24 \end{aligned}$$

23. 이차식 $3x^2 + (2k-3)x - 6$ 을 인수분해 하면 $(3x-1)(x+6)$ 이라고 한다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 10$

해설

$$\begin{aligned}(3x-1)(x+6) &= 3x^2 + 18x - x - 6 \\ &= 3x^2 + 17x - 6\end{aligned}$$

$$17 = 2k - 3$$

$$\therefore k = 10$$

24. $3x^2 + (3a + 16)x - 6$ 을 인수분해하면 $(x + b)(3x - 2)$ 가 된다. 이때, 상수 $a + b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(x + b)(3x - 2) &= 3x^2 + (-2 + 3b)x - 2b \text{ 이므로} \\ 3x^2 + (-2 + 3b)x - 2b &= 3x^2 + (3a + 16)x - 6 \\ -2 + 3b = 3a + 16, -2b &= -6 \quad \therefore b = 3 \\ \therefore a = -3 \quad \therefore a + b &= 0\end{aligned}$$

25. $2x^2 + ax + b$ 을 인수분해하면 $(2x+1)(x+1)$ 이 된다. 이때, $a+b$ 을 구하면?

- ① -5 ② 5 ③ 7 ④ -4 ⑤ 4

해설

$$(2x+1)(x+1) = 2x^2 + 3x + 1$$

$$a = 3, b = 1 \quad \therefore a + b = 4$$

26. $x^2 + Ax + 24$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해 된다고 할 때, 정수 A 의 최댓값은 얼마인가?

- ① -25 ② -14 ③ 10 ④ 14 ⑤ 25

해설

$$x^2 + Ax + 24 = (x+a)(x+b) \quad A = a+b, 24 = ab$$

$$a = 1, b = 24 \text{ 이면 } a+b = 25$$

$$a = 2, b = 12 \text{ 이면 } a+b = 14$$

$$a = 3, b = 8 \text{ 이면 } a+b = 11$$

$$a = 4, b = 6 \text{ 이면 } a+b = 10$$

따라서 정수 A 의 최댓값은 25이다.

27. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax - 15$ 가 $(x+p)(x+q)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값으로 적당하지 않는 것은?

- ① 14 ② -14 ③ -8 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 15 &= (x+p)(x+q) \\-15 &\Rightarrow -3 \times 5 \rightarrow a = -3 + 5 = 2, \\-15 &\Rightarrow 3 \times (-5) \rightarrow a = 3 - 5 = -2 \\-15 &\Rightarrow (-1) \times 15 \rightarrow a = -1 + 15 = 14 \\-15 &\Rightarrow 1 \times (-15) \rightarrow a = 1 - 15 = -14\end{aligned}$$

28. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$x + y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3},$$

$$x - y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

29. $a = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 + 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 4a + 4 &= (a + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 1 + 2)^2 = (\sqrt{2} + 1)^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

30. $a = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 + 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 4a + 4 &= (a + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} - 1 + 2)^2 \\ &= (\sqrt{2} + 1)^2 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 \\ &= 3 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

31. $a = 1.75$, $b = 0.25$ 일 때, $a^2 - 6ab + 9b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 6ab + 9b^2 &= (a - 3b)^2 \\ &= (1.75 - 3 \times 0.25)^2 \\ &= 1^2 = 1 \end{aligned}$$

32. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\ &\quad - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (3 - 2) \\ &= 12 - 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

33. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 + 2x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x + 1 = \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

34. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

35. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \dots$$

$$B = 5$$

$$C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \dots$$

$$D = \sqrt{15} + 1 = 4. \dots$$

$$E = \sqrt{48} - 1 = 5. \dots$$

따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

36. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$$a = \sqrt{3} + 3, b = 5 - \sqrt{2}, c = 4$$

- ① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $b < c < a$
④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

해설

$$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0, b < c$$
$$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0, a > c$$
$$\therefore b < c < a$$

37. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는?

- ① A ② B ③ C
④ $A = C$ ⑤ $A = B = C$

해설

$$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$$

$$\therefore A > B$$

$$A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$$

$$\therefore A < C$$

따라서 $B < A < C$ 이다.

38. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

39. 세 수 $A = \sqrt{12} + \sqrt{6}$, $B = \sqrt{11} + \sqrt{7}$, $C = \sqrt{10} + \sqrt{8}$ 에 대하여 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

해설

세 수에 대하여

$$A^2 = (\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 = 18 + 2\sqrt{72}$$

$$B^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2 = 18 + 2\sqrt{77}$$

$$C^2 = (\sqrt{10} + \sqrt{8})^2 = 18 + 2\sqrt{80}$$

$A^2 < B^2 < C^2$ 에서

A, B, C 가 모두 양수이므로 $A < B < C$ 이다.

따라서 가장 작은 수는 $\sqrt{12} + \sqrt{6}$ 이다.

40. $A = \sqrt{\frac{5}{169}}$, $B = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $C = \sqrt{1.25}$ 일 때, A, B, C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

- ① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C
④ C, A, B ⑤ C, B, A

해설

$$A = \sqrt{\frac{5}{169}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A < B < C$ 이다.

41. 다음 세 수의 대소 관계를 비교하여라.
 $A = \sqrt{19} - \sqrt{13}$, $B = \sqrt{21} - \sqrt{11}$, $C = \sqrt{23} - 3$

▶ 답:

▷ 정답: $A < B < C$

해설

A, B, C 는 모두 양수이므로, $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= (\sqrt{19} - \sqrt{13})^2 - (\sqrt{21} - \sqrt{11})^2 \\ &= (19 - 2\sqrt{247} + 13) - (21 - 2\sqrt{231} + 11) \\ &= -2\sqrt{247} + 2\sqrt{231} < 0 \\ \therefore A^2 < B^2 &\Leftrightarrow A < B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 - C^2 &= (\sqrt{21} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{23} - 3)^2 \\ &= (21 - 2\sqrt{231} + 11) - (23 - 6\sqrt{23} + 9) \\ &= -2\sqrt{253} + 6\sqrt{23} = -2\sqrt{253} + 2\sqrt{207} < 0 \\ \therefore B^2 < C^2 &\Leftrightarrow B < C \end{aligned}$$

따라서 세 수의 대소 관계는 $A < B < C$ 이다.

42. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A + B - C = -4$

해설

$$\begin{aligned} 2a - 3b + 1 &= X, \quad 2a + 3b - 1 = Y \text{로 치환하면} \\ (2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 \\ &= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y) \\ &= 4a(-6b + 2) \\ &= 8a(-3b + 1) \\ \therefore A + B - C &= 0 + (-3) - 1 = -4 \end{aligned}$$

43. $(2x + 3y + 1)^2 - (x - 3y - 2)^2$ 을 인수분해하면?

▶ 답:

▷ 정답: $(3x - 1)(x + 6y + 3)$

해설

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 1 &= A, \quad x - 3y - 2 = B \text{로 치환하면} \\ (2x + 3y + 1)^2 - (x - 3y - 2)^2 & \\ &= A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \\ &= (3x - 1)(x + 6y + 3) \end{aligned}$$

44. $(2x-1)^2-9$ 를 인수분해 하여 $a(x+b)(x+c)$ 로 나타낼 때, $bc-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $bc-a = -6$

해설

$$\begin{aligned}(2x-1)^2-9 &= (2x-1+3)(2x-1-3) \\ &= (2x+2)(2x-4) \\ &= 4(x+1)(x-2) \\ &= a(x+b)(x+c)\end{aligned}$$

$$a=4, b=1, c=-2$$

$$\therefore bc-a = -2-4 = -6$$

45. $(x-3)^2 - (y+3)^2$ 을 인수분해할 때, 인수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x-6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3+y+3)(x-3-y-3) \\ &= (x+y)(x-y-6)\end{aligned}$$

$$\therefore x+y+x-y-6 = 2x-6$$

46. $3(a+1)^2 + (a+1)(b-1) - 2(b-1)^2$ 을 인수분해하면?

▶ 답:

▷ 정답: $(a+b)(3a-2b+5)$

해설

$$\begin{aligned} a+1 &= A, \quad b-1 = B \text{로 치환하면} \\ 3(a+1)^2 + (a+1)(b-1) - 2(b-1)^2 & \\ &= 3A^2 + AB - 2B^2 \\ &= (A+B)(3A-2B) \\ &= (a+b)(3a-2b+5) \end{aligned}$$

47. $a^3 - 4a + 3$ 을 인수분해 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(a^2 + a - 3)(a - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - 4a + 3 \\ &= a^3 - a^2 + a^2 - 4a + 3 \\ &= a^2(a - 1) + (a - 3)(a - 1) \\ &= (a^2 + a - 3)(a - 1) \end{aligned}$$

48. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\ \therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

49. 다음 중 옳은 것은?

- ① (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ② (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ③ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

50. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{13}$

② 0의 제곱근은 2개이다.

③ $\sqrt{25} > 5$

④ $\pi - 3.14$ 는 유리수이다.

⑤ $\sqrt{25} - \sqrt{16} = \sqrt{1}$

해설

① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 = \sqrt{25}$

② 0의 제곱근은 0이므로 1개

③ $\sqrt{25} = 5$

④ (무리수) - (유리수) = (무리수)

51. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환하지 않는 무한소수 ② 분수로 나타낼 수 없는 수
- ③ 유한소수 ④ 순환소수
- ⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

52. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{9}$ 는 자연수이다.
- ② π 는 자연수이다.
- ③ $\sqrt{12}$, $\frac{\sqrt{8}}{2}$, $-\sqrt{0.1}$ 는 모두 무리수이다.
- ④ 4는 유리수도 무리수도 아니다.
- ⑤ $1 - \sqrt{7}$ 는 무리수이다.

해설

- ② π 는 무리수이다.
- ④ 4는 유리수이다.

53. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

- ① (무리수)+ (무리수)
- ② (무리수)- (무리수)
- ③ (유리수) \times (무리수)
- ④ (무리수) \div (무리수)
- ⑤ (무리수)- (유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
- ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

54. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
ㄱ. $x+y$ 는 항상 무리수이다.
ㄴ. $x-y$ 는 항상 무리수이다.
ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.
ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ **없다**

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$
ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

55. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

56. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$\sqrt{2.52}$ 는 $\sqrt{7}$ 의 x 배이다.

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2.52} &= \sqrt{\frac{252}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{10^2}} \\ &= \frac{6}{10} \sqrt{7} = \frac{3}{5} \sqrt{7} \\ \therefore x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

57. $\sqrt{1.92} = a\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{63}{64}} = b\sqrt{7}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하면?

- ① 0.3 ② 0.5 ③ 1 ④ 1.5 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{1.92} = \sqrt{\frac{192}{100}} = \sqrt{\frac{8^2 \times 3}{10^2}} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4}{5}\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{\frac{63}{64}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 7}{8^2}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\therefore b = \frac{3}{8}$$

$$\therefore ab = \frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10} = 0.3$$

58. $\sqrt{5} = k$ 라고 할 때, $\sqrt{0.05}$ 의 값은?

- ① $\frac{k}{5}$ ② $\frac{k}{10}$ ③ $\frac{k}{20}$ ④ $\frac{k}{25}$ ⑤ $\frac{k}{30}$

해설

$$\sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \frac{\sqrt{5}}{10} = \frac{k}{10}$$

59. $\sqrt{0.002} = A\sqrt{5}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = \frac{1}{50}$

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50}$$

$$\therefore A = \frac{1}{50}$$

60. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

- ① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

61. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a < c$ ② $a \times c < b$ ③ $b < a^2 + c^2$
 ④ $a < \frac{b}{c}$ ⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times a \sqrt{6} &= 18 \\ \rightarrow 18 \div \sqrt{6} &= \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \\ \sqrt{5} \times \sqrt{b} &= 15 \\ \rightarrow 15 \div \sqrt{5} &= \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45} \\ \sqrt{1.28} &= \sqrt{2} \div \frac{10}{c} \\ \rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 &= \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

- ① $3 < 8 \rightarrow a < c$
 ② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$
 ③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$
 ④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$
 ⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

62. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

63. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2 + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

- ① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$
④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

64. $-\frac{1}{2} < x < 0$ 일 때, $\sqrt{1+4x+4x^2} - \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2-4x+4}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x+3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{1+4x+4x^2} - \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2-4x+4} \\ &= \sqrt{(1+2x)^2} + x + \sqrt{(x-2)^2} \\ &= (1+2x) + x - (x-2) \\ &= 2x+3 \end{aligned}$$