1. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$2^3 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2$

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$(개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

2. 가로의 길이가 16 cm , 세로의 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r|rr} 4 & 16 & 20 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

3. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144
$144 \div 48 = 3$
따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도
3번 회전한 후이다.

4. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 8, 최소공배수는 280 이고, $A + B = 96$ 일 때, $A - B$ 는? (단, $A > B$)

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$A = 8a,\ B = 8b$
(단, $a,\ b$ 는 서로소, $a > b$) 라 하면
최소공배수 $280 = 8 \times 35 = 8 \times a \times b$ 이다.
$a \times b = 35$ 이므로
$a = 35,\ b = 1$ 일 때 $A = 280,\ B = 8$ 이고,
$a = 7,\ b = 5$ 일 때 $A = 56,\ B = 40$ 이다.
$A + B = 96$ 이므로 $A = 56,\ B = 40$ 이다.
$\therefore\ A - B = 16$

5. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 5　　② 4　　③ 3　　④ 2　　⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

6. 세 자연수 A, 63, 105 의 최대공약수가 21 일 때, 다음 중 A 가 될 수 있는 것은?

① 20 ② 24 ③ 44 ④ 64 ⑤ 84

해설
세 자연수 A, 63, 105 의 최대공약수가 21 이므로 A 는 약수로 21 을 가진다.
21 을 약수로 갖는 수는 $84 = 21 \times 4$ 이다.

7. 가로의 길이가 200cm, 세로의 길이가 120cm 인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남는 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a, 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120 의 최대공약수는 40 이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$\therefore a+b = 40+15 = 55$