

1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

3. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

4. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

5. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
 $x = -3$ 일 때 $y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$
 $x = 1$ 일 때 $y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4$ 이다.
따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

6. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

7. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

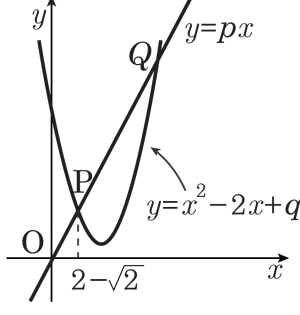
합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

8. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수 $y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



- ① 1 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는
 이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.
 $x^2 - (p + 2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로
 한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여
 $(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$
 $\therefore p = 2$
 $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$
 $\therefore q = 2$
 $\therefore pq = 4$

9. $f(x) = x^2 - x + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(4 - f(x))$ 의 최솟값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(4 - f(x))$ 에서 $4 - f(x) = t$ 라 두면,

$$t = -x^2 + x + 3$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4} \quad (0 \leq x \leq 1) \text{ 에서}$$

$$3 \leq t \leq \frac{13}{4}$$

따라서

$$\begin{aligned} f(4 - f(x)) &= f(t) = t^2 - t + 1 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \quad \left(3 \leq t \leq \frac{13}{4}\right) \end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최솟값 7 을 갖는다.

10. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

11. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ㉠ $-\frac{7}{8}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{8}$ ㉣ 1 ㉤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

13. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

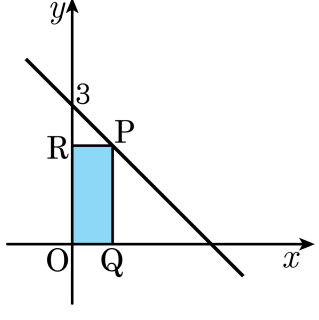
$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

14. 다음 그림과 같이 직선이 $y = -x + 3$ 의 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에서 내릴 수선의 발이 각각 Q,R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 y 라고 한다. y 가 최대가 될 때, 점 P 의 좌표는?

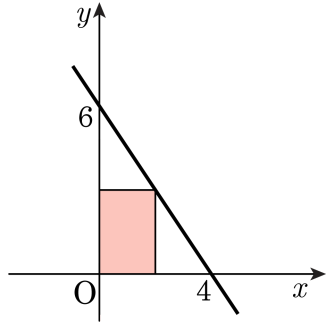


- ① $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$ ② $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
 ④ $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

해설

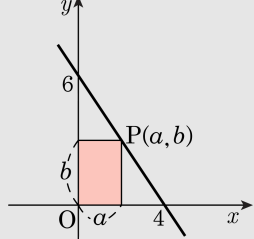
$$\begin{aligned} \text{점 P 의 좌표는 } (a, -a + 3) \text{ 이고 넓이는 } y \text{ 이므로} \\ y &= a(-a + 3) = -a^2 + 3a \\ &= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4} \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \\ \therefore \text{P} \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} + 3\right) &= \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 변이 x 축, y 축 위에 있고, 네 꼭짓점 중 하나는 직선 $3x+2y=12$ 위에 있다. 이 직사각형의 넓이가 최대일 때, 네 변의 길이의 합은?



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 16

해설



직사각형의 가로 a , 세로 b 라 하면 $a > 0, b > 0$

$P(a, b)$ 는 직선 $3x + 2y = 12$ 위의 점이므로

$$3a + 2b = 12$$

$$b = 6 - \frac{3}{2}a, a > 0, b = 6 - \frac{3}{2}a > 0, a < 4$$

$$\therefore 0 < a < 4$$

또 직사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= ab = a\left(6 - \frac{3}{2}a\right) = -\frac{3}{2}a^2 + 6a \\ &= -\frac{3}{2}(a^2 - 4a) = -\frac{3}{2}(a - 2)^2 + 6 \end{aligned}$$

(단, $0 < a < 4$)

$a = 2$ 일 때, 최댓값 6을 갖고

이 때, $b = 6 - \frac{3}{2}a = 3$ 이다.

이 때, 직사각형 네 변의 길이의 합은 $2(a + b) = 10$