1. $\sqrt{3}\times\sqrt{9}\times\sqrt{27}\times\sqrt{15}\times\sqrt{20}\times\sqrt{21}$ 을 간단히 하면?

① $90\sqrt{7}$ ② $270\sqrt{7}$ ③ $810\sqrt{7}$
④ 90 ⑤ 270

해설
(준식)
$=\sqrt{3}\times 3\times 3\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}$
$=81\times 5\times 2\sqrt{7}$
$=810\sqrt{7}$

2. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$13 < \sqrt{7x^3} < 15$

$169 < 7x^3 < 225$

$24.\times\times < x^3 < 32.\times\times$

$x^3 = 27$

$\therefore\ x = 3$

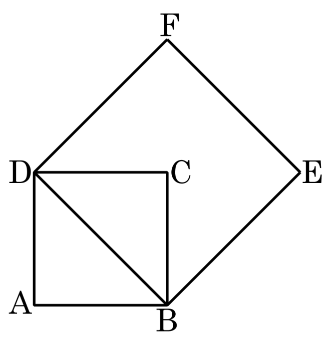
3. $\sqrt{90-x}-\sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

① 5　　② 9　　③ 15　　④ 26　　⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

4. 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF 가 있다. DBEF 의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

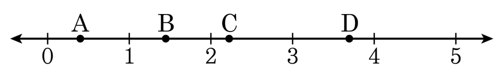
해설

한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF 의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8 인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

5. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?



① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1<\sqrt{2}<2$: $B=\sqrt{2}$
$0<\sqrt{2}-1<1$: $A=\sqrt{2}-1$
$a+b=\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$

$3<\sqrt{3}+2<4$: $D=\sqrt{3}+2$
$2<4-\sqrt{3}<3$: $C=4-\sqrt{3}$
$c+d=(4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2)=6$

6. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8　　② 15　　③ 35　　④ 50　　⑤ 99

해설

$S(n) = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) = \sqrt{n+1}-1$

① $n = 8$일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

7. $\sqrt{x}-\sqrt{y}=3\sqrt{5}$를 만족하는 자연수 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$에 대하여 x의 최댓값을 구하여라.
(단, $1 \le y \le 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

$\sqrt{x}-\sqrt{y}=3\sqrt{5}$에서 $\sqrt{x}=3\sqrt{5}+\sqrt{y}$
$\sqrt{x}$와 $\sqrt{y}$를 계산할 수 있어야 하므로
$\sqrt{y}=a\sqrt{5}$꼴이 되어야 한다. (단, a는 자연수이다.)
$1 \le y \le 100$이고 $\sqrt{y}=a\sqrt{5}$ 이므로 $y=5a^2$
$1 \le y \le 100$이고 5의 배수이다.
$a=1$일 때, $y=5\times1^2=5$ $\therefore$ $y=5,\ x=80$
$a=2$일 때, $y=5\times2^2=20$ $\therefore$ $y=20,\ x=125$
$a=3$일 때, $y=5\times3^2=45$ $\therefore$ $y=45,\ x=180$
$a=4$일 때, $y=5\times4^2=80$ $\therefore$ $y=80,\ x=245$
따라서 순서쌍 $(x,\ y)$에서 x의 최댓값은 245이다.