

1. $\sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{27} \times \sqrt{15} \times \sqrt{20} \times \sqrt{21}$ 을 간단히 하면?

① $90\sqrt{7}$

② $270\sqrt{7}$

③ $810\sqrt{7}$

④ 90

⑤ 270

해설

(준식)

$$= \sqrt{3} \times 3 \times 3 \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 2 \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}$$

$$= 81 \times 5 \times 2 \sqrt{7}$$

$$= 810 \sqrt{7}$$

2. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$13 < \sqrt{7x^3} < 15$$

$$169 < 7x^3 < 225$$

$$24.\times\times < x^3 < 32.\times\times$$

$$x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3$$

3. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

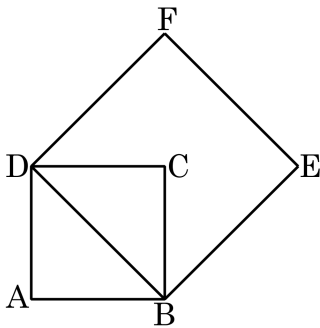
④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

4. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

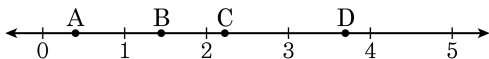
해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ 이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ 이다.

5. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
- ② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
- ⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B = \sqrt{2}$$

$$0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A = \sqrt{2} - 1$$

$$a + b = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D = \sqrt{3} + 2$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C = 4 - \sqrt{3}$$

$$c + d = (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6$$

6. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

7. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x 의 최댓값을 구하여라.
(단, $1 \leq y \leq 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5} \text{에서 } \sqrt{x} = 3\sqrt{5} + \sqrt{y}$$

$\sqrt{x}$ 와 $\sqrt{y}$ 를 계산할 수 있어야 하므로

$\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 꼴이 되어야 한다. (단, a 는 자연수이다.)

$$1 \leq y \leq 100 \text{ 이고 } \sqrt{y} = a\sqrt{5} \text{ 이므로 } y = 5a^2$$

$1 \leq y \leq 100$ 이고 5의 배수이다.

$$a = 1 \text{ 일 때, } y = 5 \times 1^2 = 5 \therefore y = 5, x = 80$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } y = 5 \times 2^2 = 20 \therefore y = 20, x = 125$$

$$a = 3 \text{ 일 때, } y = 5 \times 3^2 = 45 \therefore y = 45, x = 180$$

$$a = 4 \text{ 일 때, } y = 5 \times 4^2 = 80 \therefore y = 80, x = 245$$

따라서 순서쌍 (x, y) 에서 x 의 최댓값은 245이다.