

1. 다음 두 식 $3x^2 - 8x + 5$, $6x^2 - 7x - 5$ 의 공통인 인수로 알맞은 것을 고르면?

① $3x - 5$

② $x - 1$

③ $2x + 1$

④ $x + 4$

⑤ $3x + 5$

해설

$$3x^2 - 8x + 5 = (3x - 5)(x - 1)$$

$$6x^2 - 7x - 5 = (3x - 5)(2x + 1)$$

공통인 인수 : $3x - 5$

2. 다음 중에서 $4x^2 - 8x + 4$ 의 인수가 될 수 있는 것을 모두 골라라.

☐ 4	☐ $x - 1$	☐ $x + 1$
☐ $(x - 1)^2$	☐ x	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ☒

▶ 정답 : ☐

▶ 정답 : ☒

해설

$4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1)$
 $= 4(x - 1)(x - 1) = 4(x - 1)^2$ 이다.
따라서 인수가 될 수 있는 것은 ☒, ☐, ☒이다.

3. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

4. $x^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{7})x + \sqrt{35}$ 를 인수분해하면?

① $(x - \sqrt{5})(x - \sqrt{7})$

② $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{7})$

③ $(x + \sqrt{35})(x - 1)$

④ $(x + \sqrt{5})(x + \sqrt{7})$

⑤ $(x - \sqrt{35})(x + 1)$

해설

$$x^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{7})x + \sqrt{5}\sqrt{7} = (x + \sqrt{5})(x + \sqrt{7})$$

5. $(2x + y)(-x + 2y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -2x^2 + 4xy - xy + 2y^2 \\ &= -2x^2 + 3xy + 2y^2\end{aligned}$$

6. 인수분해를 바르게 한 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

② $12x - 4x^2 = 4x(x - 3)$

③ $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

④ $3x^2 + 5x - 2 = (x - 2)(3x + 1)$

⑤ $4a^2 - 9b^2 = (2a - 3b)(2a + 3b)$

해설

① $(x - 6)(x + 1)$

② $-4x(x - 3)$

④ $(x + 2)(3x - 1)$

7. 다음 두 식에 함께 들어있는 공통인 인수를 구하여라.

$2x^2 - 4x, \quad x^2 - 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 2$

해설

$2x^2 - 4x = 2x(x - 2), \quad x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
따라서 공통인 인수는 $x - 2$ 이다.

8. $2x^2 + Ax - 3$ 의 한 인수가 $x - 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + Ax - 3 &= (x - 3)(2x + a) \\ &= 2x^2 + (a - 6)x - 3a \\ -3a &= -3, \therefore a = 1 \\ \therefore A &= a - 6 = -5 \end{aligned}$$

9. $(x+4)^2 - 3(x+4)$ 를 인수분해하면?

① $(x+4)(x-1)$

② $(x-4)(x+1)$

③ $(x-7)(x+4)$

④ $(x+4)(x+1)$

⑤ $(x-7)(x+1)$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2 - 3(x+4) &= (x+4)(x+4-3) \\ &= (x+4)(x+1)\end{aligned}$$

10. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하면?

① $a+b+2$

② $a-b+6$

③ $a+b-6$

④ $a+b+6$

⑤ $a-b+5$

해설

$a+b=A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로의 길이는 $a+b+6$ 이다.

11. 두 다항식 $x^2 - ax - 15$, $2x^2 - 9x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 15 &= (x - 3)(x + 5) \\ -a &= -3 + 5, \quad a = -2 \\ 2x^2 - 9x + b &= (x - 3)(2x + q) \\ q - 6 &= -9, \quad q = -3 \\ b &= -3 \times (-3), \quad b = 9 \\ \therefore a + b &= 7\end{aligned}$$

12. 이차식 $8x^2 + (4k - 6)x - 15$ 를 인수분해하면 $(2x + 3)(4x - 5)$ 이라고 한다. 이때, k 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(2x + 3)(4x - 5) &= 8x^2 + 2x - 15, \\ 4k - 6 &= 2 \\ \therefore k &= 2\end{aligned}$$

13. $(x+2)^2 - 5(x+2) + 6$, $x^2 + x - 2$ 의 공통인 인수는?

- ① x ② $x-1$ ③ $x+2$ ④ $x-3$ ⑤ $x+1$

해설

$x+2$ 를 A 라 하면

$$\begin{aligned}(x+2)^2 - 5(x+2) + 6 &= A^2 - 5A + 6 \\ &= (A-3)(A-2) \\ &= x(x-1)\end{aligned}$$

$$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$$

$\therefore$ 공통인 인수는 $x-1$

14. 이차식 ax^2+bx+c 를 인수분해 하는데 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $2(x+1)(x-5)$ 가 되었고, 진영이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $(2x+5)(x-3)$ 이 되었다.
다음 중 x^2+Ax+B 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(2x-5)(x+2)$ ② $2(x+1)^2$
③ $(x-2)(x+2)$ ④ $(x-2)(x+3)$
⑤ $(2x-4)(x+5)$

해설

민수는 $2(x+1)(x-5)$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고,
진영이는 $(2x+5)(x-3)$ 에서 x 의 계수 -1 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2-x-10=(2x-5)(x+2)$ 이다.

15. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x
x	1

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

해설

총 넓이는 $x^2 + 2x + 1$
 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 1)$

16. $(x+4)^2 - 2(x+4) - 15$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

㉠ $2x+6$

㉡ $2x-6$

㉢ $2x+8$

㉣ x^2+6

㉤ 6

해설

$x+4=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} t^2 - 2t - 15 &= (t-5)(t+3) \\ &= (x+4-5)(x+4+3) \\ &= (x-1)(x+7) \end{aligned}$$

$$\therefore (x-1) + (x+7) = 2x+6$$

17. $2(x-y)(x-y+1)-24$ 를 인수분해하면 $a(x-by+c)(x-y+4)$ 일 때, ax^2+bx+c 를 인수분해하면?

① $(3x-1)(x-2)$

② $(2x+3)(x+1)$

③ $(3x-2)^2$

④ $(2x+3)(x-1)$

⑤ $(3x+2)(x-1)$

해설

$x-y=A$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2A(A+1)-24 &= 2A^2+2A-24 \\ &= 2(A+4)(A-3) \\ &= 2(x-y+4)(x-y-3) \end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=1$, $c=-3$ 이다.

$$\therefore 2x^2+x-3=(2x+3)(x-1)$$

18. $(a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a + b + 2)$

② $4(a - b - 2)$

③ $4a(b + 1)$

④ $4a(b + 2)$

⑤ $4b(a + 2)$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2 \\ &= \{(a + b + 2) + (-a + b - 2)\} \\ & \quad \{(a + b + 2) - (-a + b - 2)\} \\ &= 2b(2a + 4) \\ &= 4b(a + 2) \end{aligned}$$

19. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)-p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면?

① -16 ② -4 ③ 2 ④ 8 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x &= A \text{ 라 하면} \\(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p \\&= (A + 7)(A + 15) - p \\&= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2 \\\therefore 105 - p &= 121 \\\therefore p &= -16\end{aligned}$$

20. $x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x + 1)(x + 5y + 3)$

② $(x - 1)(x - 5y + 3)$

③ $(x - 1)(x + 5y - 3)$

④ $(x - 1)(x + 5y + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 5y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 \\ &= x^2 + (5y + 2)x - (5y + 3) \\ &= (x + 5y + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

21. $x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+a+b)(x-a-b)$

② $(x+a+b)(x+2a+2b)$

③ $(x+a+b)(x+2a+3b)$

④ $(x+a+b)(x+3a+2b)$

⑤ $(x+a+b)(x+3a+3b)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2 \\ &= x^2 + 4(a+b)x + 3(a+b)^2 \\ &= (x+a+b)(x+3a+3b) \end{aligned}$$

22. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

23. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① $\pm\sqrt{5}$ ② ± 4 ③ ± 1 ④ 2 ⑤ -4

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

24. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.(단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

25. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$$\sqrt{x} = a - 2 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = a^2 - 4a + 4$$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$

26. 신의는 한 번의 길이가 각각 x cm, y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

27. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ & a = 1, b = 3, c = -1 \\ & \therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

28. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

29. $\frac{2009^3 + 1}{2008 \times 2009 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2010

해설

$2009 = x$ 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{x^3 + 1}{(x - 1) \times x + 1} &= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 = 2009 + 1 = 2010\end{aligned}$$

30. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6 = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 0$

해설

$6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6$ 에서
 $x+2 = t$ 로 치환하면
 $6t^2 + 5t - 6 = (2t+3)(3t-2)$
 $t = x+2 = \sqrt{2} + 1$ 이므로 이를 대입하면
 $(2\sqrt{2} + 2 + 3)(3\sqrt{2} + 3 - 2)$
 $= (2\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 1)$
 $= 12 + 17\sqrt{2} + 5 = 17 + 17\sqrt{2}$
따라서 $a = b = 17$ 이므로 $a - b = 0$

31. x 에 관한 이차식 $12x^2 + 20xy + ky^2$ 이 $(6x + ay)(2x + by)$ 로 인수분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$12x^2 + (2a + 6b)xy + aby^2$
 $a + 3b = 10$ 이 되는 경우는
(1, 3), (4, 2), (7, 1)이므로
 k 의 최댓값은 $a = 4, b = 2$ 일 때이다.
 $\therefore (k \text{의 최댓값}) = 8$

32. $x^3 + y - x - x^2y$ 을 인수분해 하였을 때, 일차식인 인수들의 합은?

① $2x - y + 1$

② $x - y - 2$

③ $3x - y + 2$

④ $2x - y$

⑤ $3x - y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\&= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\&= (x^2 - 1)(x - y) \\&= (x + 1)(x - 1)(x - y) \\ \therefore x + 1 + x - 1 + x - y &= 3x - y\end{aligned}$$

33. $\sqrt{x} = p - 3$ 이고 $\sqrt{x+12p} + \sqrt{x-2p+7} = 7$ 일 때, p 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < p < 4$

해설

$\sqrt{x} = p - 3$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 3)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+12p} + \sqrt{x-2p+7} \\ &= \sqrt{(p-3)^2+12p} + \sqrt{(p-3)^2-2p+7} \\ &= \sqrt{(p+3)^2} + \sqrt{(p-4)^2} = 7 \end{aligned}$$

이 때 $\sqrt{(p+3)^2} = (p+3)$ 또는 $(-p-3)$,

$\sqrt{(p-4)^2} = (p-4)$ 또는 $(-p+4)$ 이고

$p+3+(-p+4) = 7$ 이므로

$p+3 > 0, p-4 < 0$

$\therefore -3 < p < 4$