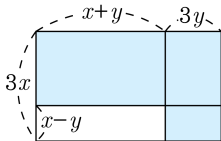


1. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\&= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\&= 2x^2 + 12xy + y^2\end{aligned}$$

2. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$, $x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

4. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

5. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$
 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
 $\therefore$ 최댓값 : $(-2 - 1)^2 - 3 = 6$

6. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21

② -15

③ -5

④ -1

⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.

따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$$

7. x 에 대한 항등식 $\frac{x^2 - 3x - 1}{x - 1} - \frac{x^2 - x - 3}{x + 1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax + B}{x(x - 1)(x + 1)}$ 에서 $A - B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x = 2$, $x = -2$ 를 대입해서 정리하면

$x = 2$ 일 때

$$\frac{4 - 6 - 1}{1} - \frac{4 - 2 - 3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A + B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A + B}{6}$$

$$\therefore 2A + B = -10 \cdots \textcircled{㉠}$$

$x = -2$ 일 때

$$\frac{4 + 6 - 1}{-3} - \frac{4 + 2 - 3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A + B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3 + 3 - 1 = \frac{-2A + B}{-6}$$

$$\therefore -2A + B = 6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $A = -4$, $B = -2$

$$\therefore A - B = (-4) - (-2) = -2$$

8. 모든 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$x = 2$ 를 대입하면,

$$\{2 \times (2)^3\} - (3 \times 2^2) - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

9. x 에 관한 정식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9라 한다. 이 정식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $4x+3$

② $4x+1$

③ $4x-1$

④ $4x-3$

⑤ $4x-5$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면,

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(3) = 3a + b = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}\text{에서 } a = 4, b = -3$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 3$$

10. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$$2x+1 = \alpha \text{ 또는 } 2x+1 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{\beta-1}{2}$$

따라서 $f(2x+1) = 0$ 의 근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

$$\text{이때 두 근의 합 } \frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0$$

11. 종섭이와 성제가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 각각 풀었다. 종섭이는 x 의 계수를 잘못 봐서 $3 - 2i$, $3 + 2i$ 라는 근을 구했고, 성제는 상수항을 잘못 봐서 $2 - i$, $2 + i$ 라는 근을 구했을 때, $\left| \frac{bc}{a^2} \right|$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

종섭이는 x 의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 참이다.

$$\text{두 근의 곱} = \frac{c}{a} = (3 - 2i)(3 + 2i) = 9 + 4 = 13$$

성제는 상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 참이다.

$$\text{두 근의 합} = -\frac{b}{a} = 2 - i + 2 + i = 4$$

$$\therefore \left| \frac{bc}{a^2} \right| = \left| \frac{b}{a} \times \frac{c}{a} \right| = |-4 \times 13| = |-52| = 52$$

12. 포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ 의 두 근이므로 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식의 두 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = 2k + 3$$

$$|\alpha - \beta| = 2\sqrt{5} \text{ 에서 } |\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이므로}$$

$$20 = (2k)^2 - 4(2k + 3), 4k^2 - 8k - 12 = 20$$

$$k^2 - 2k - 8 = 0$$

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 2이다.

13. $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, $\omega^{2012} + \omega^{2013} + \omega^{2014}$ 의 값은?

① 3

② -1

③ 1

④ 0

⑤ 2

해설

문제의 조건에서 ω 는

$\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 를 만족시키므로

윗식의 양변에 $\omega - 1$ 을 곱하면

$$\omega^3 - 1 = 0$$

$$\therefore \omega^3 = 1$$

$$\therefore \omega^{2012} + \omega^{2013} + \omega^{2014}$$

$$= (\omega^3)^{670} \cdot \omega^2 + (\omega^2)^{671} + (\omega^3)^{671} \cdot \omega$$

$$= \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

14. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 + xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

㉠ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2, y = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$$

$$x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$$

㉡ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10, y^2 = 5, y = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$$

15. 세 변의 길이가 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에 대하여 $a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c$ 인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$$a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c \text{에서 } a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \left\{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right\} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

16. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값을 정하면?

① -1

② 1

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - k \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - k \\ & \quad x^2 + 5x = X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6) - k \\ & \quad \quad \quad = X^2 + 10X + 24 - k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24 - k = 25 \\ & \therefore k = -1 \end{aligned}$$

17. $x^2 - 2kx + 1 = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3 = 2$ 가 되도록 하는 k 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② $-\frac{1}{2}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = 1$ 이므로

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2$ 에서

$$(2k)^3 - 3 \cdot 1 \cdot 2k = 2$$

$$4k^3 - 3k - 1 = 0, (k-1)(4k^2 + 4k + 1) = 0,$$

$$(k-1)(2k+1)^2 = 0$$

$$\therefore k = 1, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore k \text{ 값들의 합은 } \frac{1}{2}$$

18. 길이가 80 m 인 끈으로 목장의 경계를 직사각형 모양으로 표시하려고 한다. 목장의 넓이를 최대 하려면 이 울타리의 가로 길이는 몇 m 로 정해야 하는가?

① 10 m

② 20 m

③ 30 m

④ 40 m

⑤ 50 m

해설

가로의 길이를 x m 라 하면 세로의 길이는 $(40 - x)$ m 이므로
목장의 넓이를 y m² 라 하면

$$y = x(40 - x) = -x^2 + 40x = -(x - 20)^2 + 400 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

이 때, $0 < x < 40$ 이므로 ㉠은 $x = 20$ 일 때 최대이고 최댓값은 400 이다.

따라서, 목장의 넓이를 최대 하려면 울타리의 가로의 길이는 20 m 로 해야 한다

19.
$$\begin{cases} |x| + x + y = 10 \\ x + |y| - y = 12 \end{cases}$$
 일 때, $x + y$ 의 값은?

① -2

② 2

③ $\frac{18}{5}$

④ $\frac{22}{3}$

⑤ 22

해설

$$|x| + x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + |y| - y = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x \leq 0 \text{ 이면, } y = 10, x = 12$$

이것은 $x \leq 0$ 을 만족하지 않는다.

$$x > 0 \text{ 이면 } 2x + y = 10 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$y \geq 0 \text{ 이면 } x = 12, y = -14$$

이것은 $y \geq 0$ 을 만족하지 않는다.

$$y < 0 \text{ 이면, } x - 2y = 12 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣} \text{ 에서 } x = \frac{32}{5}, y = -\frac{14}{5}$$

$$\therefore x + y = \frac{18}{5}$$

20. 다음 x 에 관한 두 개의 이차방정식 $\begin{cases} x^2 - 2x + a^2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ x^2 - ax + 2a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$

에서 공통근이 오직 한 개일 때, a 의 값과 공통근 k 를 구하면?(단, a 는 실수)

① $a = 0$ 일 때 $k = 0$, $a = -1$ 일 때, $k = 1$

② $a = 2$ 일 때 $k = 1 \pm \sqrt{3}i$

③ $a = 1$ 일 때 $k = 1$, $a = 2$ 일 때, $k = 1$

④ $a = 3$ 일 때 $k = 2 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = 2$ 일 때 $k = -1$, $a = 3$ 일 때, $k = 1$

해설

공통근을 $x = k$ 라 하면

$$k^2 - 2k + a^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$k^2 - ka + 2a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

두 식을 빼주면, $(k + a)(a - 2) = 0$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } k = -a$$

i) $a = 2$ 일 때

①, ②이 같아지므로 성립하지 않는다.

ii) $k = -a$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{에 넣으면 } a = 0 \text{ 또는 } a = -1$$

$$\begin{cases} a = 0 \text{ 이면 } k = 0 \\ a = -1 \text{ 이면 } k = 1 \end{cases}$$

21. $10^{20} - 4$ 과 $10^{30} - 8$ 의 최대공약수는 몇 자리의 자연수인가?

① 10자리

② 11자리

③ 12자리

④ 13자리

⑤ 14자리

해설

$$\begin{aligned}10^{20} - 4 &= (10^{10})^2 - 2^2 \\ &= (10^{10} - 2)(10^{10} + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10^{30} - 8 &= (10^{10})^3 - 2^3 \\ &= (10^{10} - 2)(10^{20} + 10^{10} \times 2 + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{최대 공약수는 } 2(10^{10} - 2) = 2 \cdot 10^{10} - 4$$

$\therefore$ 11자리수

22. 두 다항식 $x^2 - x + p$ 와 $x^3 + x^2 + x + (p + 3)$ 이 사차의 최소공배수를 갖도록 p 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

다항식 A, B 의 최소공배수를 L , 최대공약수를 G 라 하면
 $AB = GL$ 에서 G 는 1차식이다.

$\therefore$ 최대공약수는 $x + 1$

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 + p = 0$$

$$\therefore p = -2$$

23. 모든 복소수 z 에 대하여 다음 중 실수인 것을 모두 고르면? (단 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

㉠ $(z+1)^2$

㉡ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z$

㉢ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)+((\bar{z})^2+\bar{z}+1)(z+1)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ (반례) $z=i$ 이면 $(z+1)^2 = (i+1)^2 = 2i$
(허수)

㉡ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z = 2z\bar{z} + (z+\bar{z}) + 1$ (실수)
($\because z\bar{z}, z+\bar{z}$ 모두 실수이다.)

㉢ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1) = Z$ 라 하면
(준식) $= Z + \bar{Z}$ 이므로 실수
따라서 실수인 것은 ㉡, ㉢이다.

24. $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$ 일 때 $x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-5 + \sqrt{3}i}{4}$

해설

$$x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i) \text{ 에서 } 2x + 1 = \sqrt{3}i$$

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 + x + 1 = 0 \therefore x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x - 1}}} \\ &= x + \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \\ &= x + \frac{-2x}{x - 1} \\ &= \frac{-2x^2 + x - 1}{x - 1} \\ &= \frac{-2(-x - 1) + x - 1}{x - 1} \\ &= \frac{3x + 1}{x - 1} \\ &= -\frac{2}{3} - \frac{1}{2x} \\ &= -\frac{2}{3} + \frac{1}{1 - \sqrt{3}i} \\ &= \frac{-5 + \sqrt{3}i}{4} \end{aligned}$$

25. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = -5 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대해

$x+y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면

①은 $u + v = -5 \cdots \cdots \textcircled{3}$

②는 $u^2 - v = 7 \cdots \cdots \textcircled{4}$

③, ④에서 v 를 소거하면

$$u^2 + u - 2 = 0$$

$$\therefore (u - 1)(u + 2) = 0$$

$u = 1$ 일 때, $v = -6$ 이므로

$$t^2 - t - 6 = 0 \text{ 에서 } t = -2, 3$$

$u = -2$ 일 때, $v = -3$ 이므로

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \text{ 에서 } t = 1, -3$$

따라서, 구하는 근은

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore M = 1, m = -2 \therefore M + m = -1$$