

1. $16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$$

$$(2^4)^5 \leq x^{30} \leq (2^5)^8$$

$$2^{20} \leq x^{30} \leq 2^{40}$$

$$(2^2)^{10} \leq (x^3)^{10} \leq (2^4)^{10}$$

따라서 $2^2 \leq x^3 \leq 2^4$ 을 만족하는 자연수는 2 이다.

2. $n < m < 10$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$$

따라서 $n < m < 10$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$\therefore m + n = 10$

3. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$$

5. $3^{2x+1} + 9^x = 324$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3^{2x+1} + 3^{2x} = 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 4 \cdot 3^{2x} = 324$$

$$3^{2x} = 81$$

$$\therefore x = 2$$

6. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5 개이다.

7. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$243^6 \div 27^x = 3^3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 243^6 \div 27^x &= 3^3 \\ (3^5)^6 \div 3^{3x} &= 3^3 \\ 3^{30-3x} &= 3^3 \\ \therefore x &= 9 \end{aligned}$$

8. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(5^3)^{x+2} &= 5^{-2x+11} \\ 5^{3x+6} &= 5^{-2x+11}, 3x+6 = -2x+11, x = 1\end{aligned}$$

9. $\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = 81$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = \frac{3^{4x-6}}{3^{x+2}} = 3^{3x-8} = 81 = 3^4$$

$$\therefore 3x - 8 = 4, \quad x = 4$$

10. $2y^2 - \{-y(y-4) + 4\}$ 를 간단히 한 식에서 2 차항의 계수를 a 라 하고, 1 차항의 계수를 b 라 하고, 상수항을 c 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2y^2 - (-y^2 + 4y + 4) = 3y^2 - 4y - 4 \\ \therefore a + b - c &= 3 - 4 - (-4) = 3\end{aligned}$$

11. $(3x-5)(2x+3) = Ax^2 + Bx + C$ 에서 상수 A, B, C 의 합 $A+B+C$ 의 값은?

① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

해설

$$\begin{aligned} & (3x-5)(2x+3) \\ &= 6x^2 + 9x + (-10x) + (-15) \\ &= 6x^2 - x - 15 \\ \therefore A+B+C &= 6 + (-1) + (-15) = -10 \end{aligned}$$

12. 다음 중에서 $(2x + 3y)(2x - y)$ 를 옳게 전개한 것은?

① $4x^2 - 3y^2$

② $4x^2 - 2xy - 3y^2$

③ $4x^2 + 4xy - y^2$

④ $4x^2 - 8xy - 3y^2$

⑤ $4x^2 + 4xy - 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x + 3y)(2x - y) \\ &= (2x)^2 + 2x \times (-y) + 3y \times (2x) + 3y \times (-y) \\ &= 4x^2 + 4xy - 3y^2 \end{aligned}$$

13. $(3a + 4b)(2a - b)$ 의 전개식에서 ab 의 계수는?

① -3

② 2

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$3a \times 2a + 3a \times (-b) + 4b \times 2a + 4b \times (-b)$$

$$= 6a^2 - 3ab + 8ab - 4b^2$$

$$= 6a^2 + 5ab - 4b^2$$

따라서 ab 의 계수는 5이다.

14. 상수 a, b, c, d 에 대하여 $(2x-1)(x^2-5x+3) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & (2x-1)(x^2-5x+3) \\ &= 2x^3 - 10x^2 + 6x - x^2 + 5x - 3 \\ &= 2x^3 - 11x^2 + 11x - 3 \\ & a = 2, \quad b = -11, \quad c = 11, \quad d = -3 \\ & \therefore a + b + c + d = -1 \end{aligned}$$

15. $(2x - y)(3x + 5y)$ 를 전개하면?

① $5x^2 - 3xy - 5y^2$

② $5x^2 + 10xy - 5y^2$

③ $6x^2 - 3xy - 5y^2$

④ $6x^2 + 7xy - 5y^2$

⑤ $6x^2 + 10xy - 5y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - y)(3x + 5y) \\ &= 6x^2 + 10xy + (-3xy) + (-5y^2) \\ &= 6x^2 + 7xy - 5y^2 \end{aligned}$$

16. $(x + y) : (x + 2y) = 2 : 1$ 일 때, $\frac{x + 3y}{x + y}$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 0

③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$2(x + 2y) = x + y$$

$$2x + 4y = x + y$$

$x = -3y$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{x + 3y}{x + y} = \frac{-3y + 3y}{-3y + y} = 0$$

17. $a = 2b$ 일 때, 다음을 구하여라.

$$\frac{3a^2 + 2b^2}{ab} + \frac{a + b}{a - b}$$

- ① -5 ② 0 ③ 5 ④ 4 ⑤ 10

해설

$a = 2b$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3a^2 + 2b^2}{ab} + \frac{a + b}{a - b} = \frac{12b^2 + 2b^2}{2b^2} + \frac{3b}{b} = 7 + 3 = 10$$

18. $(2x + y) : (x - 2y) = 3 : 1$ 일 때, $\frac{2x + 4y}{x - y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x + y = 3(x - 2y)$, $x = 7y$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{2x + 4y}{x - y} = \frac{2(7y) + 4y}{7y - y} = \frac{18y}{6y} = 3$$

19. $2x + y = 3$ 이고 $a = 9^x$, $b = 3^y$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$ab = (3^2)^x 3^y = 3^{2x+y} = 3^3 = 27$$

20. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

21. $x : y = 3 : 1$ 일 때, $\frac{x}{x-2y} - \frac{4y}{x+y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x : y = 3 : 1$ 을 풀면 $x = 3y$ 이므로

$x = 3y$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3y}{3y-2y} - \frac{4y}{3y+y} = \frac{3y}{y} - \frac{4y}{4y} = 3 - 1 = 2$$