

1. 다음 중 어떤 수를 7로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 0
- ② 5
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 11

해설

$0 \leq (\text{나머지}) < 7$

2. 6의 약수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9 는 9 의 약수이다.
- ② 8 은 8 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 276 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

4. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220 을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$

소인수는 2, 5, 11이다.

$2 + 5 + 11 = 18$

5. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

6. A 가 60의 약수의 모임일 때, A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

A 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60이므로 A 의 개수는 12개이다.

7. 200 보다 작은 자연수 중에서 12 와 15 의 공배수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

12 와 15 의 공배수는 12 와 15 의 최소공배수의 배수와 같다.
12 와 15 의 최소공배수는 60
(60 의 배수) = 60, 120, 180, 240, ...

8. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 + 2 = 28$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 4 (명)

9. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20 \quad 6} \\ 2 \overline{) 6 \quad 10 \quad 3} \\ 3 \overline{) 3 \quad 5 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

11. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

① $124 = 2^2 \times 31$

② $54 = 2 \times 3^3$

③ $72 = 2^3 \times 3^3$

④ $196 = 2^2 \times 7^2$

⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

12. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$
 $315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2$ 에서
 $n = 5 \times 7 \times k^2$ 꼴이므로
 n 을 작은 순으로 3 개 써 보면
 $n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$
 $n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$
 $n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$
 $\therefore 35, 315$

13. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$
 $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$
 $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d$ 이다.
주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
 $2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야한다.
2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.
주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.
주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면
모두 1 보다 크므로 d 는 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3, b = 1, c = 1, d = 1$ 이므로
 $(a + b + c) \times d = (3 + 1 + 1) \times 1 = 5$ 이다.

14. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

15. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.
따라서 3 개이다.

16. 세 자연수의 비가 $2:3:8$ 이고 최소공배수가 144 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 18

▷ 정답 : 48

해설

세 자연수의 비가 $2:3:8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2 \times a$, $3 \times a$, $8 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times a = 144 = 2^4 \times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 2 \times 3 = 6$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $12 = 2 \times 6$, $18 = 3 \times 6$, $48 = 8 \times 6$ 이다.

17. 학교에서 성적이 우수한 학생들에게 도서상품권 48장, 공책 72권, 볼펜 36자루를 준비하여 똑같이 나누어 주었다. 이때 성적이 우수한 학생들은 최대 몇 명인가?

- ① 10명 ② 11명 ③ 12명 ④ 13명 ⑤ 14명

해설

48, 72, 36 의 최대공약수 : 12

18. 가로 길이가 90m, 세로 길이가 180m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72m, 세로 길이가 108m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.

▶ 답: 그루

▷ 정답 : 50 그룹

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \Delta$$

$$72 = x \times \bigcirc \quad 108 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

는 90, 180, 54, 108 이 칠데코양스

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 180 = 2^2 \times$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$
$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격은 18m 이하 때

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

농장 : 가로 $90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$

공정 : 가도 $90 = 18 \text{ (m)} \times 5 \text{ (그루)}$

세로 $180 = 18(\text{m}) \times 10$ (그루

모자 · 가리 72 = 18 (m) $\times$ 4 (7리)

목장: 가로 $72 = 18 \text{ (m)} \times 4 \text{ (그루)}$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6(\text{구})$

세로 $108 = 18(\text{m}) \times 6$ (그룹)

19. 강우와 태규는 학교 앞 정류장에서 각각 A 버스와 B 버스를 타고 집에 간다.
오전 7 시에 첫차를 시작으로 A 버스는 12 분 간격으로, B 버스는 18 분 간격으로 출발한다. 강우와 태규는 오전 7 시부터 오후 7 시까지 몇 번 동시에 버스를 탈 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 21 번

해설

12 와 18 의 최소공배수 : 36
오전 7 시부터 오후 7 시까지 : $12 \times 60 = 720$ (분)
720 이하의 36 의 배수의 개수 : 20
 $20 + 1 = 21$ (번)

20. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

21. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

- ① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 108

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $24 = 2^3 \times 3$
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$
 $\therefore \text{ } \square = 2 \times 3^3 = 54$

22. 1881 는 a, b, c 의 곱으로 표현된다. $a + b + c$ 의 최솟값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$1881 = 3 \times 3 \times 11 \times 19$
따라서, 순서에서 상관없이 a, b, c 가 될 수 있는 수를 살펴보면,
(9, 11, 19), (3, 19, 33), (3, 11, 57), (3, 3, 209) 이다.
 $\therefore a + b + c$ 의 최솟값 $= 9 + 11 + 19 = 39$

23. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$
 $(x+1) \times (y+1) = 18$
 $18 = 2 \times 9$ 또는 $18 = 3 \times 6$ 이므로
 $x+1 = 2, y+1 = 9$ 또는 $x+1 = 9, y+1 = 2$ 일 때,
 $x = 1, y = 8$ 또는 $x = 8, y = 1$
그러므로 $x+y = 9$
 $x+1 = 3, y+1 = 6$ 또는 $x+1 = 6, y+1 = 3$ 일 때,
 $x = 2, y = 5$ 또는 $x = 5, y = 2$
그러므로 $x+y = 7$

24. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

25. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

26. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로
 $54 = 2 \times 3^3$
 $2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
 $\therefore a = 18$
정육면체의 개수는
 $(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
 $\therefore b = 90$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

27. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.
분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.
 $A = 18, B = 5$ 이므로
 $A + B = 23$ 이다.

28. 일곱 자리 수 $a132784$ 가 7 의 배수이고, 네 자리 수 $b8c1$ 이 11 의 배수일 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

7 의 배수 : 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺄 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$a - 132 + 784 = 7k \rightarrow 652 + a = 7k \text{ 이므로 } a = 6 \text{ 이다.}$$

11 의 배수 : 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이므로,

$$b + c - 9 = 11n \rightarrow b + c = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

29. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21 \times x = 3 \times 7 \times x$, $15 \times x = 3 \times 5 \times x$
두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 풀이어야
한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

30. $(x-1):y=3:4$ 일 때, x,y 의 최소공배수가 56 이다. x,y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1):y=3:4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x,y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는 x,y 의 값은 $x=7, y=8$ 이다.

$$\therefore (x,y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$