

1. 어떤 수를 5로 나누었더니 몫이 6이고, 나머지가 2이었다. 이 수를 3으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

3. 다음 중 소수가 아닌 것은?

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 19 ⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

4. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

5. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

6. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수: $2 \times 3 \times 5$

7. 가로 길이가 16 cm , 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

8. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.
72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.
따라서 구하는 수는 $432 - 2 = 430$ 이다.

9. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, $a \leq 100$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,
 $a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$
 $\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.
 $a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.
 $\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개

10. 1200 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b - a^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}1200 \div a &= b^2 \text{ 에서} \\1200 &= 2^4 \times 3 \times 5^2 \\a &= 3 \\2^4 \times 3 \times 5^2 \div 3 &= b^2 \\2^4 \times 5^2 &= b^2 \\b &= 2^2 \times 5 = 20 \\b - a^2 &= 20 - 3^2 = 11\end{aligned}$$

11. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개) 이다.

② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)

③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개) 이다.

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

12. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 공배수인 것은?

- ① 30 ② 100 ③ 150 ④ 210 ⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로 420 의 배수를 찾는다.

14. 현서는 3일에 한 번, 소윤이는 4일에 한 번 도서관에 간다고 한다. 9월 26일에 같이 도서관에 갔다면 현서와 소윤이는 10월 달에 도서관에서 몇 번이나 만나게 되는지 구하여라.

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

3과 4의 최소공배수는 12이므로 9월 26일부터 12일 후인 10월 8일, 그 12일 후인 10월 20일, 그 12일 후는 11월 1일이므로, 현서와 소윤이는 10월 달에 2번 만나게 된다.

15. 두 수 $2^a \times 3^2$, $2^2 \times 3^b \times 7$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최소공배수에서 2 의 지수가 3 이므로 $a = 3$

최소공배수와 최대공약수에서 3 의 지수가 2 로 같으므로 $b = 2$

따라서 $a - b = 3 - 2 = 1$ 이다.

16. 두 수 $2^2 \times 3$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^2 \times 3 \times 7$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2^2 \times 3) \times A = (2 \times 3) \times (2^2 \times 3 \times 7) = 2^3 \times 3^2 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

17. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14와 8의 공배수이다.
14와 8의 공배수는 14와 8의 최소공배수인 56의 배수이므로
56, 112, 168, ... 이다.
이 중 두자리 자연수는 56이다.

18. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

19. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30

공약수 중 소수 : 2, 3, 5

(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$

20. 볼펜 24 개, 연필 72 개, 지우개 48 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 한 학생이 받는 모든 물건의 개수는 총 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 이므로
24, 72, 48 의 최대공약수는 $2^3 \times 3 = 24$
따라서 한 사람이 받는 물건은 볼펜 1 개, 연필 3 자루, 지우개 2 개이므로
총 개수는 6 이다.

21. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

- ① 19 쌍 ② 24 쌍 ③ 30 쌍 ④ 32 쌍 ⑤ 36 쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

22. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

23. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} 126 &= 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n \\ \therefore a &= 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1 \\ \therefore a + b + c - l - m - n &= 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8 \end{aligned}$$

24. 4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라.
(단, $x \times y \times z$ 와 $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$
따라서,
4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수
i) (3, 11, 13)
3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3 \times 2 = 6$
ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)
3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3$
 $3 \times 2 = 6$
 $\therefore 6 + 6 = 12$ (가지)

25. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a - b = 6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $a = xG$, $b = yG$, $L = xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.
최소공배수가 60 이므로 $xyG = 60 \cdots \textcircled{1}$
또 $9a - b = 6$ 이므로
 $9xG - yG = 6 \cdots \textcircled{2}$
각 변끼리 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 을 계산하면
 $\frac{9xG - yG}{xyG} = \frac{6}{60}$ 에서 $\frac{9x - y}{xy} = \frac{1}{10}$,
 $90x - 10y = xy$, $x(90 - y) = 10y$,
 $y > 0$, $90 - y > 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 89$ 이고
 $xyG = 60$ 이므로 $1 \leq y \leq 60$ 을 만족하는 (x, y) 의 순서쌍은 $(2, 15)$,
 $(5, 30)$, $(10, 45)$, $(15, 54)$
 x, y 는 서로소인 자연수이므로
 $x = 2, y = 15$
따라서 두 수의 최대공약수는
 $xyG = 60$ 에서 $G = 2$