1. 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$을 전개하였을 때, x^2의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$에서

ⅰ) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$

ⅱ) (이차항)×(상수항)의 경우 $2\times 5x^2$

즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$

$\therefore$ 19

2. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2 + x + 1,\ 1$　　② $x^2 + x + 1,\ 2$
③ $2x^2 + 2x + 2,\ 1$　　④ $2x^2 + 2x + 2,\ 2$
⑤ $4x^2 + 4x + 4,\ 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R이라고 하면

$$\begin{aligned} 2x^3 + x^2 + x + 1 &= (2x - 1)Q(x) + R \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{array}{c|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & \boxed{2} \end{array}$$

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$
$\therefore\ Q(x) = x^2 + x + 1,\ R = 2$

3. 이차방정식 $x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 갖게 하는 실수 k의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2-3x-(k-1)=0$이 실근을 가지므로

$D=(-3)^2+4\cdot 1\cdot (k-1)\ge 0$

$9+4k-4\ge 0,\ 4k\ge -5$

$\therefore\ k\ge -\frac{5}{4}$

4. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

5. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, a, b, c를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$　② $-1,\ 1,\ 2$　③ $-2,\ -1,\ 1$
④ $-1,\ -1,\ -2$　⑤ $-1,\ 2$

해설

$$x^2-2x-y^2+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$$
$$=(x-y)(x+y-2)$$
$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

6. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ -1　⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

7. 실수 k 에 대하여 복소수 $z=2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z=2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$z=2(k-i)-k(1+i)^2$

$=2k-2i-2ki$

$=2k-(2+2k)i$

허수 부분이 0이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

8. x에 대한 이차방정식 $kx^2+2(k+1)x+k=0$이 중근을 가질 때 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$\frac{D}{4}=b'^2-ac=(k+1)^2-k^2=2k+1$ 에서

중근을 가질 조건이므로

$\frac{D}{4}=0$ 이어야 한다.

$2k+1=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$

9. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$이 x에 대한 항등식일 때, $a + b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
$a = 0,\ b = 0,\ c = -1$이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$를 $x^2 + x + 1$로 직접 나눗셈을 하면,

$$
\begin{array}{r|l}
 & x+(a-1) \\ \hline
x^2+x+1 & x^3+ax^2+\qquad 2x+b \\
- & x^3+\ x^2+\qquad x \\ \hline
 & (a-1)x^2+\qquad x+b \\
- & (a-1)x^2+(a-1)x+(a-1) \\ \hline
 & \qquad (2-a)x+b-a+1
\end{array}
$$

$2 - a = 2,\ b - a + 1 = 1$
$a = 0,\ b = 0$

10. 다음은 다항식 A를 다항식 B로 나누었을 때, 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 A와 B의 최대공약수는 B와 R의 최대공약수와 같음을 보인 것이다.

> A와 B의 최대공약수를 G라 하고,
> $A = Ga$, $B = Gb$ (a, b는 서로소)를
> $A = BQ + R$에 대입하면
> $Ga = GbQ + R \qquad \therefore\ R = G(a - bQ)$
> 그러므로 (가)는 B 와 R 의 공약수이다.
> 그런데, a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수이외의 (나)가 없다.
> 따라서 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

① $a - bQ$, 공약수
② G , 공약수
③ G , 공배수
④ $a - bQ$, 공배수
⑤ G , 서로소

해설

$A = Ga$, $B = Gb$ 를 $A = BQ + R$ 에 대입하면 $Ga = GbQ + R$
$\therefore\ R = G(a - bQ)$ 그러므로 (G)는 B 와 R 의 공약수이다.
그런데 a, b 는 서로소이므로 b 와 $a - bQ$ 사이에는 상수 이외의 (공약수)가 없다.

11. x에 대한 이차방정식 $x^2-2(k-a)x+k^2+a^2-b+1=0$이 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, a, b의 값은?

① $a=1,\ b=1$　② $a=1,\ b=0$
③ $a=0,\ b=1$　④ $a=-1,\ b=0$
⑤ $a=-1,\ b=-1$

해설

$\frac{D}{4}=0$이므로,
$(k-a)^2-(k^2+a^2-b+1)=0$
$-2ak+(b-1)=0$
$\therefore\ a=0, b=1$

12. 이차방정식 $(2-k)x^2+2kx+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖는 실수 k의 값의 범위는?

① $k<-2,\ k>1$　② $k<-2$　③ $k>0$

④ $k>2$　⑤ $k<2$

해설

서로 다른 부호의 실근을 갖기 위한 조건은

$\alpha\beta<0$이므로 $\dfrac{1}{2-k}<0$

$\therefore\ 2-k<0$

$\therefore\ 2<k$

13. 2가 아닌 모든 실수 x에 대하여 $\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}$의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a-b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}=k$라 하면

$ax^2+4x+b=k(x-2)$

$ax^2+(4-k)x+b+2k=0$

x에 대한 항등식이므로

$a=0$

$4-k=0$에서 $k=4$

$b+2k=0$에서 $b=-8$

$\therefore\ a-b=8$

해설

주어진 식이 모든 x에 대해 일정한 값을 가지려면

분자인 ax^2+4x+b가 분모인 '$x-2$' 만을 인수로 가져야 한다.

즉, 분자가 $k(x-2)$가 되어야 한다.

$\dfrac{ax^2+4x+b}{x-2}=\dfrac{4(x-2)}{x-2}=4$

$\therefore a=0,\ b=-8$에서 $a-b=8$

14. $x+\frac{1}{x}=1$ 일 때, $x^3+5x+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$ ② $\frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$ ③ $\frac{5}{2}(2 \pm \sqrt{3}i)$
④ $\frac{7}{2}(3 \pm \sqrt{3}i)$ ⑤ $\frac{9}{2}(4 \pm \sqrt{3}i)$

해설

$x+\frac{1}{x}=1 \Rightarrow x^2-x+1=0 \therefore x=\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3+\frac{1}{x^3}+2\left(x+\frac{1}{x}\right)+3x \\ &= \left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x+\frac{1}{x}\right)+3x \\ &= 3x \\ &= \frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)\end{aligned}$$

15. a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2+2cx+a-b$ 는 x의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형
② $a=b$인 이등변삼각형
③ $b=c$인 이등변삼각형
④ a가 빗변인 직각삼각형
⑤ c가 빗변인 직각삼각형

해설

$a,\ b,\ c$가 삼각형의 세 변의 길이이므로
$a>0,\ b>0,\ c>0$
따라서, $a+b>0$이므로 준식은 이차식이다.
준식이 완전제곱식이 되려면
판별식 $D=0$

$$\frac{D}{4}=c^2-(a+b)(a-b)=0$$

정리하면, $c^2-a^2+b^2=0$
$\therefore\ a^2=b^2+c^2$
따라서, a가 빗변인 직각삼각형