

1. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

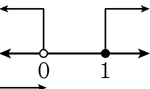
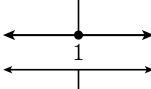
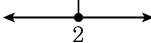
▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 8-3x \leq 2 \\ 3x-3 \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 옳게 구하고 수직선상의 그림을

바르게 그린 것은?

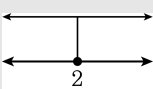
- ① 해가 없다. 
- ② 1, 
- ③ 1, 
- ④ 2, 
- ⑤ 2, 

해설

$$\begin{cases} 8-3x \leq 2 \\ 3x-3 \leq 3 \end{cases} \text{ 을 정리하면,}$$

$$\begin{cases} -3x \leq -6 \\ 3x \leq 6 \end{cases} \text{ 이고}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \text{ 이다.}$$

수직선 위에 그리면  이 되고 해는 2 이다.

3. 두 점 $A(-4, 6)$, $B(1, 1)$ 을 이은 선분 AB 를 $3 : 2$ 로 내분하는 점 P 와 $1 : 2$ 로 외분하는 점 Q 의 중점의 좌표를 구하면?

- ① $(1, -2)$
- ② $(-3, 2)$
- ③ $(-5, 7)$
- ④ $(3, 2)$
- ⑤ $(0, 4)$

해설

내분점, 외분점 구하는 공식을 이용하면,
$$P = \left(\frac{3 \times 1 + 2 \times (-4)}{3 + 2}, \frac{3 \times 1 + 2 \times 6}{3 + 2} \right) = (-1, 3)$$
$$Q = \left(\frac{1 \times 1 - 2 \times (-4)}{1 - 2}, \frac{1 \times 1 - 2 \times 6}{1 - 2} \right) = (-9, 11)$$
$$\therefore P \text{ 와 } Q \text{ 의 중점은 } \left(\frac{-9 + (-1)}{2}, \frac{11 + 3}{2} \right) = (-5, 7)$$

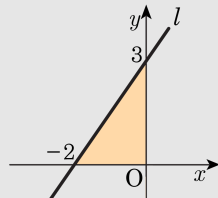
4. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

5. 두 직선 $y = x + 1$, $y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
 $y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
 $(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
 $\therefore k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

6. 방정식 $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ 이 나타내는 원의 중심이 $(-2, -3)$ 일 때, 상수 A, B 의 값과 반지름의 길이를 바르게 나열한 것은?

① 2, 3, $\sqrt{2}$

② 3, 7, 5

③ 4, 4, $\sqrt{9}$

④ 4, 6, $\sqrt{13}$

⑤ 5, 9, 11

해설

중심이 $(-2, -3)$ 이고 반지름의 길이가

r 인 원의 방정식은

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - r^2 = 0$$

이것이 $x^2 + y^2 + Ax + By = 0$ 과 일치해야 하므로

$$A = 4, B = 6, 13 - r^2 = 0$$

$$13 - r^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$r = \sqrt{13} \quad (\because r > 0)$$

따라서, $A = 4, B = 6$ 이고

반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ 이다.

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

8. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\&= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\&= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\&= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

9. $N = 69^3 + 3 \cdot 69^2 + 3 \cdot 69 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 6개 ② 12개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} N &= 69^3 + 3 \cdot 69^2 + 3 \cdot 69 + 1 \\ &= (69 + 1)^3 = (2 \cdot 3 \cdot 7)^3 \end{aligned}$$

따라서 N 의 양의 약수는 개수는 $4^3 = 64$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 0.8 + 0.3x \leq -0.1 \\ \frac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

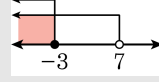
$$\begin{cases} 0.8 + 0.3x \leq -0.1 \\ \frac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 + 3x \leq -1 \\ x - 1 < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -3$$

가장 큰 정수는 -3 이다.



11. 부등식 $|x| + |x - 2| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라고 할 때, $m + M$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

i) $x < 0$ 일 때 $-2x + 2 \leq 3, x \geq -\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때 $2 \leq 3 \therefore 0 \leq x < 2$

iii) $x \geq 2$ 일 때 $2x - 2 \leq 3, x \leq \frac{5}{2} \therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$

i) 또는 ii) 또는 iii)을 만족하는 범위를 구하면

$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \therefore m + M = 2$

12. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

13. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

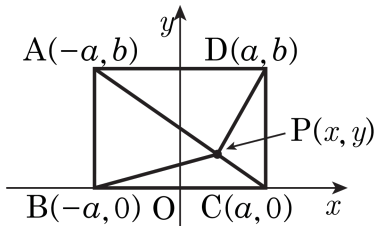
▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

14. 다음은 직사각형 ABCD와 임의의 점 P에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이 성립함을 보인 것이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 말 중 옳지 않은 것은?

다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 변 BC를 x 축, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선을 y 축으로 잡으면
 $A(-a, b)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$ 로 놓을 수 있다.



이때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \text{㉠} + \text{㉡}$
 $= 2(x^2 + y^2 + a^2 - by) + b^2 \dots \text{㉢}$
 $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 = \text{㉣} + \text{㉤}$
 $= 2(x^2 + y^2 + a^2 - by) + b^2 \dots \text{㉥}$
 $\text{㉢}, \text{㉥}$ 로부터 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \text{㉦}$

- ㉠ ㉠ : $(x + a)^2 + (y + b)^2$ ㉡ ㉡ : $(x - a)^2 + y^2$
 ㉢ ㉢ : $(x + a)^2 + y^2$ ㉣ ㉣ : $(x - a)^2 + (y - b)^2$
 ㉤ ㉤ : $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

해설

$A(-a, b)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$, $P(x, y)$ 이므로
 $\overline{AP}^2 = (x + a)^2 + (y - b)^2 \dots (\text{가})$
 $\overline{CP}^2 = (x - a)^2 + y^2 \dots (\text{나})$
 $\overline{BP}^2 = (x + a)^2 + y^2 \dots (\text{다})$
 $\overline{DP}^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 \dots (\text{라})$
 $\therefore \overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \dots (\text{마})$

15. 세 직선 $l_1 : ax+y+2=0$, $l_2 : bx-3y-3=0$, $l_3 : (b+2)x+y-2=0$ 이 있다. l_1 과 l_2 가 서로 수직이고 l_1 과 l_3 가 서로 평행할 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1 과 l_2 가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.

$$(-a) \cdot \frac{b}{3} = -1, \quad \therefore ab = 3 \cdots \textcircled{1}$$

l_1 과 l_3 가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.

$$-a = -b - 2, \quad \therefore a - b = 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 이용하면

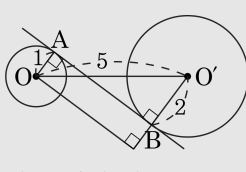
$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 4 + 6 = 10$$

16. 반지름의 길이가 각각 1, 2인 두 원 O, O'의 중심거리가 5일 때, 두 원의 공통내접선의 길이는?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

주어진 두 원의 그래프를 다음 그림과 같이 나타내면 $\overline{AB}$ 가 공통내접선이 된다.



점 O에서 선분 O'B의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{AO} = \overline{BH} = 1$
 $\therefore \overline{OH} = 1 + 2 = 3$
이때, 두 원의 중심거리가 5이므로 $\triangle OHO'$ 에서 피타고라스의 정리에 의하여
 $\overline{AB} = \overline{OH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

17. $a(a+1)=1$ 일 때, $\frac{a^4-a^2}{a^6-1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1)=1 \text{ 에서}$$

$$a^2=-a+1$$

$$a^4=(-a+1)^2=a^2-2a+1$$

$$=(-a+1)-2a+1=-3a+2$$

$$a^6=a^4 \times a^2=(-3a+2)(-a+1)$$

$$=3a^2-5a+2=3(-a+1)-5a+2$$

$$=-8a+5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4-a^2}{a^6-1} &= \frac{-3a+2-(-a+1)}{-8a+5-1} \\ &= \frac{-2a+1}{-8a+4} = \frac{-2a+1}{4(-2a+1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

18. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 으로 나누면 나머지가 9, $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 나머지가 -3이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + x + 1)Q_1(x) + 9 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + x + 1)Q_2(x) - 3 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + x + 1) \{Q_1(x) + Q_2(x)\} + 6$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \frac{Q_1(x) + Q_2(x)}{2} + 3$$

$\therefore$ 나머지는 3

19. 복소수 z 에 대해 $z = i^m + i^n, m, n$ 은 양의 정수인 z 의 개수를 구하면 몇 개나 될 것인지 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 6개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 9개
- ⑤ 10개

해설

$m = 1, n = 1, z = i + i = 2i$

$m = 1, n = 2, z = i - 1$

$m = 1, n = 3, z = i - i = 0$

$m = 1, n = 4, z = i + 1$

$m = 1, n = 5, z = i + i = 2i$

	1	2	3	4
1	$2i$	$i - 1$	0	$i + 1$
2	$-1 + i$	-2	$-1 - i$	0
3	0	$-i - 1$	$-2i$	$-i + 1$
4	$1 + i$	0	$1 - i$	2

$z = 0, 2, -2, 2i, -2i, 1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i$

∴ 9개

20. $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\omega^3 = 1$

㉡ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

㉢ $\overline{\omega} = \omega^2 = \frac{1}{\omega}$

㉣ $\omega + \overline{\omega} = 1$

㉤ $\omega \overline{\omega} = 1$

㉥ $\omega^{2005} + \frac{1}{\omega^{2005}} = -1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$x^3 = 1 \Rightarrow \omega^3 = 1 \cdots \text{㉠}(\bigcirc)$
 $x^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$
 $\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0 \cdots \text{㉡}(\bigcirc)$
 $\therefore$ 근과 계수와의 관계에 의해
 $\omega + \overline{\omega} = -1, \omega \overline{\omega} = 1 \cdots \text{㉢}(\times), \text{㉤}(\bigcirc)$
 $\omega + \overline{\omega} = -1$ 이므로
 $\omega^2 + \omega + 1 = \omega^2 - 1 - \overline{\omega} + 1 = 0$
 $\Rightarrow \omega^2 = \overline{\omega} \cdots \text{㉣}(\bigcirc)$
 $\omega^{2005} + \frac{1}{\omega^{2005}}$
 $= (\omega^3)^{668} \omega + \frac{1}{(\omega^3)^{668} \omega}$
 $= \omega + \frac{1}{\omega} = -1$
 $(\because \omega^2 + \omega + 1 = 0) \cdots \text{㉥}(\bigcirc)$

21. 두 이차방정식 $3x^2 - (k+1)x + 4k = 0$, $3x^2 + (2k-1)x + k = 0$ 이
단 하나의 공통인 근 α 를 가질 때, $3k + \alpha$ 의 값은? (단, k 는 실수인
상수)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근이 α 이므로
 $3\alpha^2 - (k+1)\alpha + 4k = 0$
 $3\alpha^2 + (2k-1)\alpha + k = 0$
두 식을 변변끼리 빼면 $3k(\alpha - 1) = 0$
 $k = 0$ 또는 $\alpha = 1$
 $k = 0$ 이면 두 식이 같아지므로
조건에 맞지 않는다.
 $\therefore \alpha = 1$ 을 대입하면
 $3 - (k+1) + 4k = 0, \quad k = -\frac{2}{3}$
 $\therefore 3k + \alpha = -1$

22. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3 과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이

-3 과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3 과 3 사이에 있다.

(i) $D > 0$ 에서 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$

$(a - 2)(a + 2) > 0$

$\therefore a < -2, a > 2$

(ii) $f(-3) > 0$ 에서

$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$

$\therefore a > -\frac{13}{6}$

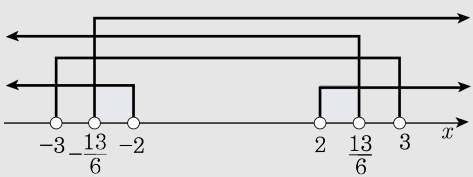
(iii) $f(3) > 0$ 에서

$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$

(iv) 대칭축의 방정식 $x = -\frac{(-2a)}{2} = a$ 에서

$-3 < a < 3$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

23. 원 $x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의 둘레를 이등분할 때, a^2 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 9

해설

원 $x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6 = 0$ 이
원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의
둘레를 이등분하려면
두 원의 교점을 지나는 직선이
원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의 중심을 지나야
한다. 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6) - (x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2) = 0$
 $2(a - 1)x + 2(a + 1)y - 4 = 0$
 $\therefore (a - 1)x + (a + 1)y - 2 = 0 \dots \textcircled{1}$
또, 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 을
표준형으로 바꾸면,
 $(x + 1)^2 + (y - a)^2 = a^2 + 3$ 이므로
중심의 좌표는 $(-1, a)$ 이다. 이 때, 직선 $\textcircled{1}$ 이
점 $(-1, a)$ 를 지나야 하므로 $-(a - 1) + a(a + 1) - 2 = 0$
 $a^2 - 1 = 0,$
 $\therefore a^2 = 1$

24. 직선 $y = 3x$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접할 때, a^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시킨 직선

$$: y = 3(x - a) \Rightarrow 3x - y - 3a = 0$$

원에 접하므로 중심과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 3$$

$$a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore a^2 = 10$$

25. 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$ 이 모두 서로 다른 두 허근을 가질 때, $(a+b)x^2 + 2(b+c)x + (c+a) = 0$ 의 근을 판별하면 ? (단, $ab \neq 0$, $a+b \neq 0$, a, b, c 는 실수)

- ① 중근을 갖는다.
- ② 두 실근을 갖는다.
- ③ 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ④ 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ⑤ 근을 판별할 수 없다.

해설

$ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$ 이
서로 다른 두 허근을 가지면
 $b^2 - ac < 0, b^2 < ac \cdots \textcircled{\tiny \ominus}$
 $c^2 - ab < 0, c^2 < ab \cdots \textcircled{\tiny \omin�}$
 $(a+b)x^2 + 2(b+c)x + (c+a) = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (b+c)^2 - (a+b)(c+a)$
 $= (b^2 - ac) + (c^2 - ab) - (a^2 - bc)$
여기에서 $a^2 - bc$ 의 부호를 판단하면 되는데
 $(b^2 - ac) + (c^2 - ab) + (a^2 - bc)$
 $= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \geq 0$
 $\textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$ 가 성립하므로 $a^2 - bc > 0$
 $\therefore \frac{D}{4} < 0$, 서로 다른 두 허근을 갖는다.

해설

문제에서 주어진 두 방정식이 각각 허근을 가지면
 $b^2 - ac < 0, b^2 < ac \cdots \textcircled{\tiny \ominus}$
 $c^2 - ab < 0, c^2 < ab \cdots \textcircled{\tiny \omin�}$
 $\textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$ 를 변변끼리 곱하면
 $(bc)^2 < a^2bc \cdots \textcircled{\tiny \omin�}$
 $ac > 0, ab > 0 \Rightarrow bc > 0$
 $\textcircled{\tiny \omin�}$ 의 양변을 bc 로 나누면
 $bc < a^2 \quad \therefore a^2 - bc > 0$
 $(a+b)x^2 + 2(b+c)x + (c+a) = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (b+c)^2 - (a+b)(c+a)$
 $= (b^2 - ac) + (c^2 - ab) - (a^2 - bc) < 0$
($\because b^2 - ac < 0, c^2 - ab < 0, a^2 - bc > 0$)
 $\therefore$ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

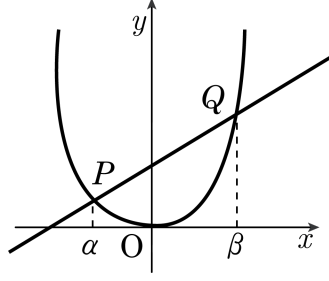
26. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + nx + p = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $x^2 + nx + q = 0$ 의 두 근을 γ, δ 라 할 때, $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta)$ 를 p, q 로 나타내면?

- ① $(p + q)^2$
- ② $(2p + q)^2$
- ③ $(p - 2q)^2$
- ④ $(p - q)^2$
- ⑤ $(2p - 3q)^2$

해설

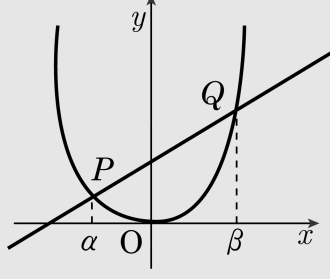
근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = -n, \alpha\beta = p, \gamma + \delta = -n, \gamma\delta = q$ 이므로
주어진 식 = $\{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)\} \{(\alpha - \delta)(\beta - \delta)\}$
= $\{\gamma^2 - (\alpha + \beta)\gamma + \alpha\beta\} \{\delta^2 - (\alpha + \beta)\delta + \alpha\beta\}$
= $(\gamma^2 + n\gamma + p)(\delta^2 + n\delta + p)$
그런데, $\gamma^2 + n\gamma + q = 0$ 에서
 $\gamma^2 + n\gamma + p = p - q$
또, $\delta^2 + n\delta + q = 0$ 에서
 $\delta^2 + n\delta + p = p - q$
따라서, 주어진 식 = $(p - q)^2$

27. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = m(x + 3)$ 이 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만나고 원점을 연결한 선분 OP 와 OQ 가 수직이 될 때, m 의 값은?



- ① 1
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{5}$

해설



교점 P, Q 의 좌표는
 $x^2 = m(x + 3), x^2 - mx - 3m = 0$ 의 두 근이므로
두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = m, \alpha\beta = -3m$
 $\overline{OP}$ 의 기울기 : $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha, \overline{OQ}$ 의 기울기 : $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$
두 직선이 수직이므로 $\alpha\beta = -1, -3m = -1$
 $\therefore m = \frac{1}{3}$

28. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2$ 일 때, $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{379}{50}$

해설

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2 = k \text{ 라 하면}$$

$$x+2 = 2k, y+1 = 3k, z-2 = k$$

이를 $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ 에 대입하면

$$(5k-3)^2 + (4k+1)^2 + (3k)^2$$

$$= 50k^2 - 22k + 10$$

$$= 50 \left(k - \frac{11}{50} \right)^2 + \frac{379}{50}$$

따라서 $k = \frac{11}{50}$ 일 때, 최솟값이 $\frac{379}{50}$ 이다.

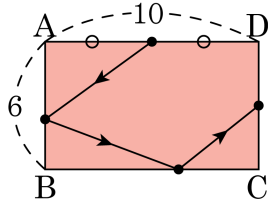
29. 서로 다른 세 실수 a, b, c 가 $a^3 - 6a = b^3 - 6b = c^3 - 6c = -1$ 을 만족시킬 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 3 ④ -3 ⑤ 6

해설

$a^3 - 6a = -1$, $b^3 - 6b = -1$, $c^3 - 6c = -1$ 이므로
 a, b, c 는 삼차방정식 $x^3 - 6x = -1$
즉, $x^3 - 6x + 1 = 0$ 의 세 근이다.
따라서, 근과 계수와의 관계에서 $a + b + c = 0$, $ab + bc + ca = 6$, $abc = -1$
 $\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
에서 $a + b + c = 0$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc = 3 \cdot (-1) = -3$

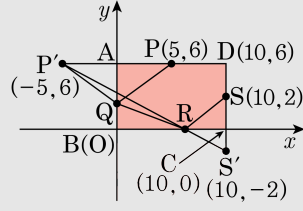
30. 직사각형 ABCD에서 변 AD의 중점에서 출발하여 변 AB, 변 BC를 거쳐 변 CD를 1 : 2로 내분하는 점에 이르는 최단 거리는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 10$)



- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

점 B가 원점이 되도록 직사각형 ABCD를 좌표평면 위에 놓고 출발점을 P, 각 변과 만나는 점을 Q, R, S 라 할 때, 점 P를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' , 점 S를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 S' 이라고 하자.



이 때, 네 점 P' , Q, R, S' 이 일직선 위에 있을 때 구하는 거리는 최솟값을 갖는다.
 $\therefore P'(-5, 6)$, $S'(10, -2)$ 에서
 $\overline{P'S'} = \sqrt{(10 - (-5))^2 + (-2 - 6)^2} = \sqrt{289} = 17$