

1. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

2. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.

⑤ 12 는 24 의 약수이다.

3. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는 2×3^2

$\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

4. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

5. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

두 수 3, 4의 공배수는 의 배수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

3 과 4 의 공배수는 3 과 4 최소공배수인 12 의 배수와 같다.

6. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

- ① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

7. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ B 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

8. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 6장

해설

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 18 \ 12} \\ \underline{ 3 2} \end{array}$$

한 변의 길이가 36 cm 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장)이 필요하다.

9. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 60$$

10. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{12}{n}, \frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 12 와 21 의 공약수이다.
12 와 21 의 최대공약수는 3 이므로 $n = 1, 3$ 이다.

11. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

12. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

13. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때,

$a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

14. 두 자연수 A , B 의 최대공약수가 42 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 3

② 6

③ 14

④ 21

⑤ 28

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 28는 42의 약수가 아니다.

15. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

16. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 18과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

17. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.

500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

18. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지= 2

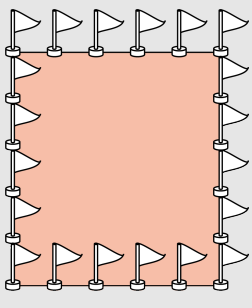
19. 가로 80m , 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

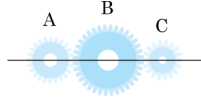
▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



20. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,
∴ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴) 이다.

21. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

22. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,
4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,
12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$

23. 두 분수 $\frac{1}{8}$ 과 $\frac{1}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 100 미만의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 8 과 12 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 24 이다.
따라서 100 미만의 자연수이므로 24, 48, 72, 96 이고 4 개이다.

24. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

25. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

㉠ 4

㉡ 9

㉢ 16

㉣ 25

㉤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4 이다.

26. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?
- ① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
 $(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

27. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다

굴 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : (56 - 2) 개를 나누면 나누어 떨어진다

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남으므로 한쌍 수는 5 명보다는 많아야 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6
인 것. 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6명이다.

$$|\pm 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle), \quad |\pm 1\rangle = \frac{1}{2}(|01\rangle \pm |10\rangle \pm |11\rangle \pm |00\rangle).$$

28. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

- ① 116
- ② 117
- ③ 118
- ④ 119
- ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \quad 5 \quad 4} \\ \underline{3 \quad 5 \quad 2} \end{array}$$

$\therefore$ 최소공배수 $= 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$x + 1 = 120 \quad \therefore x = 119$

29. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7,$$

두 수는 최대공약수 21의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.

$$\therefore 105 + 168 = 273$$

30. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.
분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.
 $A = 18, B = 5$ 이므로
 $A + B = 23$ 이다.

31. 다음 중에서 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 육십만 = 6×10^5

㉡ 50 이하의 소수는 15 개다.

㉢ 소수는 모두 홀수이다.

㉣ 약수의 개수는 모두 짝수이다.

㉤ 51 과 105 는 서로소이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠ (육십만) = $600000 = 6 \times 100000 = 6 \times 10^5$
- ㉡ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 의 15 개이다.
- ㉢ 2 는 짝수인 소수이다.
- ㉣ 4 의 약수는 1, 2, 4 로 3 개이다.
- ㉤ 51 과 105 의 최대공약수는 3 이다.

32. 세 자연수의 비가 $2:3:6$ 이고 최소공배수가 246 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 246

해설

세 자연수의 비가 $2:3:6$ 일 때, 원래의 세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 6 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 6 \times a \\ 2) \quad 2 \quad \quad 3 \quad \quad 6 \\ \hline 3) \quad 1 \quad \quad 3 \quad \quad 3 \\ \hline \quad 1 \quad \quad 1 \quad \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 = 6 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 246 이므로 $6 \times a = 246$ 이고, $a = 41$ 이다.

따라서 세 자연수는 $2 \times 41 = 82, 3 \times 41 = 123, 6 \times 41 = 246$ 이다. 그 중 가장 큰 수는 246이다.

33. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?
- ① 90초 ② 180초 ③ 210초
④ 360초 ⑤ 420초

해설
10 + 2, 12 + 3, 14 + 4의 최소공배수는 180이므로 180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.