

1. 자연수 a 에 대하여 $\frac{16}{11a}$ 이 기약분수이고, $x = (99.\dot{9} - 0.\dot{9}) \times \frac{16}{11a}$ 의 값이 자연수일 때, x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(99.\dot{9} - 0.\dot{9}) = 100 - 1 = 99$$

$x = 99 \times \frac{16}{11a}$ 에서 x 가 자연수이므로 a 가 최대일 때, x 는 최소가 된다.

x 가 최솟값을 가지려면 $a = 9$ 일 때, $x = 16$

2. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 15

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.5\dot{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 45 \text{ 이다.}$$

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

① (유한소수) $\times$ (순환소수) = (순환소수)

② (순환소수) $\div$ (유한소수) = (순환소수)

③ (유한소수) + (순환소수) = (순환소수)

④ (유한소수) - (순환소수) = (순환소수)

⑤ (순환소수) $\div$ (순환소수) = (순환소수)

해설

항상 성립하지 않는 것의 반례를 찾아보면

① $0.3 \times 0.\dot{3} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{10} = 0.1$

⑤ $0.\dot{3} \div 0.\dot{3} = 1$

따라서 옳은 것은 ②, ③, ④이다.

4. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2x}$

해설

$$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$$

5. $4^{2a+1} = 4^{2a} \times 2^b = 64$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$64 = 4^3$$

$$64 = 2^6 = (2^2)^{2a} \times 2^b$$

$$2a + 1 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$4a + b = 6 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

6. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

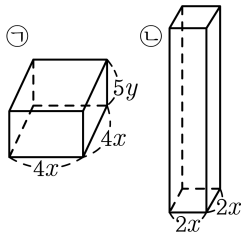
▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\&= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\&= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\&= 2^{10} \times 5^{2x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x} \\&\text{따라서 } 4 + 2x = 10 \text{ 이므로 } x = 3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

7. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ㉠의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ㉠과 ㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로) $\times$ (세로) $\times$ (높이) 이다.

$$\text{㉠의 부피} = (4x)^2 \times 5y = 80x^2y$$

$$\begin{aligned} \text{㉡의 부피} &= (2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이}) \text{ 이므로} \\ 80x^2y &= 4x^2 \times (\text{높이}) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{높이}) = 20y$$

8. 식 $(-2x^2 - x + 3) - (x^2 + 3x - 4)$ 를 간단히 하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & -2x^2 - x + 3 - x^2 - 3x + 4 \\ & = -3x^2 - 4x + 7 \end{aligned}$$

x 의 계수는 -4 , 상수항은 7

$$\therefore (-4) + 7 = 3$$

9. $\frac{3}{4}xy\left(-\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$ 의 값은?

① $\frac{15}{8}$

② $\frac{11}{8}$

③ 11

④ 15

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$\frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{5}{3}x\right) + \frac{3}{4}xy \times \frac{1}{6}y + \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{4}x^2y + \frac{1}{8}xy^2 - \frac{1}{4}xy$$

따라서 $a = \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a| = 11$ 이다.

10. $(3x + ay - 2)(2x - y + 4)$ 를 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 8이다. 이때, a 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$6x^2 - 3xy + 12x + 2axy - ay^2 + 4ay - 4x + 2y - 8$$

$$= 6x^2 + 8x + (2a - 3)xy - ay^2 + (4a + 2)y - 8$$

$$6 + 8 + (2a - 3) - a + (4a + 2) = 8$$

$$5a + 13 = 8$$

$$\therefore a = -1$$

11. $(x - 3y + 2)^2$ 을 전개하면?

① $x^2 + 9y^2 + 4 - 6xy + 4x - 12y$

② $x^2 + 3y^2 + 4 - 6xy + 4x - 12y$

③ $x^2 + 3y^2 + 4 + 3xy - 2x + 6y$

④ $x^2 + 9y^2 + 4 - 3xy + 2x - 6y$

⑤ $x^2 + 3y^2 + 4 - 3xy + 2x - 6y$

해설

$$x - 3y = t \text{라 하면}$$

$$(x - 3y + 2)^2 = (t + 2)^2$$

$$= t^2 + 4t + 4$$

$$= (x - 3y)^2 + 4(x - 3y) + 4$$

$$= x^2 - 6xy + 9y^2 + 4x - 12y + 4$$

12. $\frac{x}{3}(6-3x) - \frac{x}{2}(6x-8) - 3x = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $2A + 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x - x^2 - (3x^2 - 4x) - 3x \\ &= -4x^2 + 3x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = -4, B = 3$$

$$\therefore 2A + 3B = 2 \times (-4) + 3 \times 3 = 1$$

13. 방정식 $x + 2y = 10$ 을 만족하는 x, y 의 순서쌍의 개수와 방정식 $4x + y = 20$ 을 만족하는 x, y 의 순서쌍의 개수를 더한 값을 구하여라.
(단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

방정식 $x + 2y = 10$ 의 x, y 값을 표로 나타내면

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	$\frac{9}{2}$	4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

이고, 방정식 $4x + y = 20$ 값을 표로 나타내면

x	1	2	3	4	5
y	16	12	8	4	0

이다. 따라서 x, y 값이 자연수인 순서쌍의 개수를 구하면 4개,
4개 이므로 $4 + 4 = 8$ 이다.

14. 일차방정식 $6x - y + 5 = 0$ 의 한 해가 $(a, 2a)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$6x - y + 5 = 0$ 에 $(a, 2a)$ 를 대입하면

$$6a - 2a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{5}{4}$$

15. 9%의 소금물과 13%의 소금물을 섞어서 10%의 소금물 800g을 만들었다. 이때, 9% 소금물의 양을 x , 13% 소금물의 양을 y 로 놓고 연립방정식을 세우면?

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \begin{cases} x - y = 800 \\ \frac{9}{100}x + \frac{13}{100}y = 800 \times \frac{10}{100} \end{cases} \\ \textcircled{2} & \begin{cases} x + y = 800 \\ \frac{9}{100}x + \frac{13}{100}y = 800 \times \frac{10}{100} \end{cases} \\ \textcircled{3} & \begin{cases} x + y = 800 \\ 9x + 13y = 800 \times \frac{10}{100} \end{cases} \\ \textcircled{4} & \begin{cases} x - y = 800 \\ \frac{9}{100}x - \frac{13}{100}y = 800 \times \frac{10}{100} \end{cases} \\ \textcircled{5} & \begin{cases} x + y = 800 \\ 9x + 13y = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

해설

(소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$ 이므로

$\frac{9}{100}x + \frac{13}{100}y = 800 \times \frac{10}{100}$ 와 같은식이 나온다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} 6(x-y) + 4y = 14 \cdots ① \\ 3x - (2x + 2y) = 9 \cdots ② \end{cases}$ 의 해가 $x = p, y = q$ 일

때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

①의 양변을 2로 나누면

$$3(x-y) + 2y = 7, 3x - y = 7 \cdots ③$$

②를 정리하면

$$3x - 2x - 2y = 9, x - 2y = 9 \cdots ④$$

$$③ \times 2 - ④ \text{ 를 하면 } 5x = 5$$

$$\therefore x = 1 = p, y = -4 = q$$

따라서 $p - q = 1 - (-4) = 5$ 이다.

17. a 는 10보다 작은 자연수이고 분수 $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 이고 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다. 따라서 7이다.

18. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, $10 < a < 20$)

① 34

② 43

③ 48

④ 55

⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$$a = 3^2 \times 2 = 18, b = 25$$

$$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$$

19. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?

① xy

② $3xy$

③ $5xy$

④ $7xy$

⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} & x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ &= -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ &= 9xy \end{aligned}$$

20. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x \Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x * y) - (x \Delta y)}{(x * y) + (x \Delta y)}$ 의 값은?

① $\frac{6y + x}{6y + x}$

② $\frac{6y - x}{6y - x}$

③ $\frac{6y - x}{6y + x}$

④ $\frac{6y + x}{6y - x}$

⑤ $\frac{3y - x}{3y + x}$

해설

$$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x \Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x \Delta y)}{(x * y) + (x \Delta y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$