1. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ ② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$
③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$ ④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$
⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

2. 두 다항식 $A,\ B$ 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$ ㉠

$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$ ㉡

(㉠ + ㉡) $\div 3$: $A=x^3-x^2+x+2$

(2㉠ − ㉡) $\div 3$: $B=-2x^3-x^2+3x+3$

3. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

4. $n^4 - 6n^2 + 25$ 의 값이 소수가 되게 하는 정수 n 의 개수는?

① 1 개　　② 2 개　　③ 4 개
④ 없다　　⑤ 무수히 많다

해설

$p = n^4 - 6n^2 + 25$
$\quad = n^4 + 10n^2 + 25 - 16n^2$
$\quad = (n^2 + 5)^2 - (4n)^2$
$\quad = (n^2 + 4n + 5)(n^2 - 4n + 5)$
p 가 소수이므로 $n^2 + 4n + 5 = 1$
또는 $n^2 - 4n + 5 = 1$ 이어야 한다.
$n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2 = 0$ 에서 $n = -2$
$n^2 - 4n + 4 = (n - 2)^2 = 0$ 에서 $n = 2$
따라서 구하는 n 은 두 개이다.

5. $z = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $z^{2005}+\bar{z}^{2005}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② -1 ③ $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{3}i$

해설

$z = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $\bar{z} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$2z+1=\sqrt{3}i$ 에서 양변을 제곱해서 정리하면

$z^2+z+1=0$, $(z-1)(z^2+z+1)=0$

$\therefore z^3=1,\ \bar{z}^3=1$

$$\begin{aligned} z^{2005}+\bar{z}^{2005} &= (z^3)^{668}\cdot z+(\bar{z}^3)^{668}\cdot \bar{z} \\ &= z+\bar{z} \\ &= -1 \end{aligned}$$

6. 방정식 $\left\{1+(a+b)^2\right\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$의 근이 실수일 때 a^3+b^3-3ab의 값을 구하면 ? (단, $a,\ b$는 실수)

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ 0

해설

$\dfrac{D}{4}=(1-a-b)^2-\left\{1+(a+b)^2\right\}\cdot 2\geq 0$

$-(a+b)^2-2(a+b)-1\geq 0$

양변에 -1을 곱하면

$(a+b)^2+2(a+b)+1\leq 0$

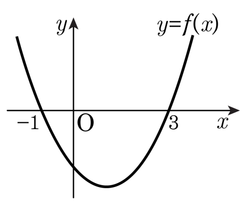
$\{(a+b)+1\}^2\leq 0$

그런데 $a,\ b$가 실수이므로 $a+b+1=0$

$\therefore\ a+b=-1$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^3+b^3-3ab &= (a+b)^3-3ab(a+b)-3ab\\ &= (-1)^3-3ab(-1)-3ab\\ &= -1\end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x-1) = 0$ 의 두 근의 합은?



① -1　　② 0　　③ 1

④ 2　　⑤ 3

해설

$y = f(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-1,\ 3$ 이므로
$f(x) = a(x+1)(x-3)\ (a>0)$ 으로 놓을 수 있다.
이때, $f(2x-1) = a(2x-1+1)(2x-1-3) = 4ax(x-2)$ 이므로
$f(2x-1) = 0$ 에서
$4ax(x-2) = 0$
$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
따라서 두 근의 합은 2이다.

8. $P(x) = x^2+x+1$ 에 대하여 $P(x^6)$ 을 $P(x)$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-4$ ② $4x-1$ ③ 5

④ 4 ⑤ 3

해설

$P(x^6) = x^{12} + x^6 + 1$

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 해를 w 라 하자.

$w^2 + w + 1 = 0$, 양변에 $(w-1)$ 을 곱하면

$w^3 - 1 = 0$, $w^3 = 1$

$x^{12} + x^6 + 1 = (x^2 + x + 1)Q(x) + ax + b$ 에

w 를 대입하면,

$(w^3)^4 + (w^3)^2 + 1 = (w^2 + w + 1)Q(w) + aw + b$

$3 = aw + b$

w 는 허수, a, b 는 실수 이므로, $a = 0, b = 3$

$\therefore$ 나머지$= 3$

9. N_1, N_2, N_3, $\cdots$, N_8은 모두 자연수이고,$N_1 < N_2 < \cdots < N_8$, $N_1 + N_2 + N_3 + \cdots + N_8 = 80$이라 할 때, N_8의 최댓값은? (단, $N_1 = 4$)

① 29　② 30　③ 31　④ 32　⑤ 33

해설

$N_1 < N_2 < N_3 < \cdots < N_8$이므로 $N_2 = N_1 + 1$, $N_3 = N_2 + 1 = N_1 + 2, \cdots, N_7 = N_6 + 1 = N_1 + 6$일 때, N_8은 최댓값이 된다.

$\therefore\ N_1 + (N_1 + 1) + (N_1 + 2) + \cdots + (N_1 + 6) + N_8 = 80$

$7N_1 + (1 + 2 + \cdots + 6) + N_8 = 80$

$28 + 21 + N_8 = 80$

$\therefore\ N_8 = 80 - 49 = 31$