

1. 구입 가격이 1kg에 2000원인 돼지고기를 1kg에 3000원씩 판매하면 하루에 100kg을 팔 수 있으며 1kg에 10원씩 판매 가격을 내릴 때마다 판매량이 3kg씩 증가하고 1kg에 10원씩 판매 가격을 올릴 때마다 판매량이 3kg씩 감소한다고 한다.

1kg에 p 원씩 판매할 때, 하루의 이익을 최대로 할 수 있는 p 의 값을 구하면? (단, 판매가격은 10원 단위로만 인상 또는 인하 할 수 있다.)

① 2600 원

② 2670 원

③ 2700 원

④ 2750 원

⑤ 2800 원

해설

3000원에서 $10x$ 원 가격을 내렸을 때

1kg의 판매가격은 $3000 - 10x$

1일 판매량은 $100 + 3x$

따라서 하루의 이익 P 는

$$P = (3000 - 10x)(100 + 3x) - 2000(100 + 3x)$$

$$= (1000 - 10x)(100 + 3x)$$

$$= -30x^2 + 2000x + 100000$$

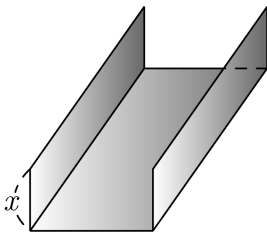
$$= -30 \left(x^2 - \frac{200}{3}x \right) + 100000$$

$$= -30 \left(x - \frac{100}{3} \right)^2 + \frac{400000}{3}$$

x 가 문제에서 정수이므로 $x = 33$ 일 때 최대이다.

따라서 $3000 - 330 = 2670$ (원)

2. 다음 그림과 같이 폭이 20 cm 인 양철판을 구부려서 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대일 때, x 의 값은?



① 4 cm

② 5 cm

③ 6 cm

④ 7 cm

⑤ 8 cm

해설

단면의 세로의 길이를 x cm 라 하면

가로의 길이는 $(20 - 2x)$ cm

단면의 넓이를 S m^2 라 하면

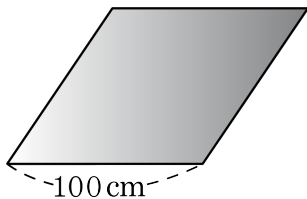
$$S = x(20 - 2x) = -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50 \quad (0 < x < 10)$$

따라서 $x = 5$ (cm) 일 때,

S 는 최댓값 50 m^2 를 갖는다.

3. 다음 그림과 같은 철판을 구부려서 직사각형의 철판 S 를 만들고자 한다. S 의 단면적의 최댓값은?



① 695 cm^2

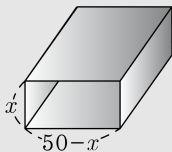
② 710 cm^2

③ 625 cm^2

④ 525 cm^2

⑤ 410 cm^2

해설



다음 그림과 같이 단면적이 직사각형이 되도록 철판으 구부리면 단면적 S 는

$$\begin{aligned} S &= x(50 - x) = -x^2 + 50x \\ &= -(x - 25)^2 + 625 \end{aligned}$$

$\therefore x = 25$ 일 때, S 의 최댓값은 625 cm^2

4. 주말 연속극을 시작하기 전에 상품 광고를 하려고 한다. 광고에는 광고 시간이 20초인 것과 25초인 것 두 종류가 있고, 광고 내용이 바뀔 때마다 1초 동안의 간격을 둔다. 정확하게 4분 30초 동안에 11개의 상품을 광고하고 싶다면 광고 시간이 20초인 상품을 몇 개 광고해야 하는지 구하면?

① 1개

② 3개

③ 5개

④ 7개

⑤ 9개

해설

20초 광고의 개수를 x ,

25초 광고의 개수를 y 라 할 때

11개의 광고들 사이의 간격은 $10 \times 1(\text{초}) = 10(\text{초})$

총 4분 30초는 $60 \times 4 + 30 = 270(\text{초})$ 이다.

$\therefore$ 광고에 사용되는 시간은 $270 - 10 = 260(\text{초})$

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 20x + 25y = 260 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면, $x = 3$, $y = 8$

따라서 20초 광고는 3개이다.

5. 거리가 100m 인 두 지점 A, B가 있다. 갑은 A에서 출발하며 B로 달리고, 을은 B에서 출발하여 A로 자전거를 타고 달렸다. 두 사람은 동시에 출발하여 P지점에서 만났는데 만나고 나서 갑은 8초 후에 B에, 을은 2초 후에 A에 도착하였다. 갑, 을이 각각 일정한 속도로 달렸다고 할 때, A, P사이의 거리는?

① 20 m

② 30 m

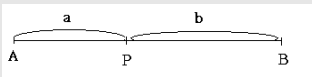
③ $\frac{100}{3}$ m

④ $\frac{121}{4}$ m

⑤ $\frac{147}{5}$ m

해설

갑의 속도를 α , 을의 속도를 β 라 하자.



$$a + b = 100 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta}, \quad \frac{b}{\alpha} = 8, \quad \frac{a}{\beta} = 2$$

정리하면 $\frac{a}{\left(\frac{b}{8}\right)} = \frac{b}{\left(\frac{a}{2}\right)}$ 에서

$$\frac{a^2}{2} = \frac{b^2}{8}, \quad 4a^2 = b^2$$

$\therefore b = 2a$ ($\because a, b$ 는 양수)

①에 대입하면, $3a = 100 \quad a = \frac{100}{3}$ m

6. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭지점 A 에서 변 BC 에 그은 수선의 발을 D 라 하자. 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는 높이 AD 의 길이의 4 배이다. 이 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

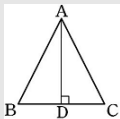
② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ $\frac{1 + \sqrt{17}}{3}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{9}}{3}$

해설



$\overline{AB} = \overline{AC} = a$, $\overline{BC} = 2b$, $\overline{AD} = h$ 라 놓으면

$$2a + 2b = 4h \dots\dots (i)$$

$$a^2 = b^2 + h^2 \dots\dots (ii)$$

(i) 에서 $h = \frac{a+b}{2}$ 를 (ii) 에 대입하여 정리하면

$$3a^2 - 2ab - 5b^2 = 0 \dots\dots (iii)$$

(iii) 식의 양변을 b^2 으로 나누고

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{a}{b} = x \text{라 놓으면}$$

$$3x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\therefore (x+1)(3x-5) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} (\because x > 0)$$