1. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$\therefore A = 10$

2. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = -2$

▷ 정답: $B = -2$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3}\end{aligned}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로
 $A = -2, B = -2$ 이다.

3. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 증근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

4. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

- ① 2, 5 ② 2, -5 ③ 1, 5
④ 1, 2 ⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5$, $-a = -2 + (-4) = -6$, $a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x+1)(x+5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x-1)(x-5) = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x+2)(x+4) = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x+1)(x+5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

5. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

6. 이차방정식 $4x^2 - 8ax + 8a - 3b = 0$ 의 두 근이 일치할 때, a, b 의 값과 그 근의 합을 구하여라.
(단, a 는 $a \geq 1$ 인 유리수, b 는 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

증근을 갖는 것이므로,
 $(4a)^2 - 4(8a - 3b) = 0, 4a^2 - 8a + 3b = 0$
 $\Rightarrow 4(a-1)^2 = 4 - 3b, 4 - 3b \geq 0$
따라서 b 는 양의 정수이므로 $b = 1$ 이다.
또한, $a \geq 1$ 이므로 $a = \frac{3}{2}$ 이다.
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
 $\therefore a + b + x = \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 4$

7. 이차방정식 $4x^2 - 15x + m = 0$ 의 두 근의 절댓값의 비가 $2:3$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 두 근을 a, b 라 하면 $|a| : |b| = 2 : 3$ 이다.

따라서 한 근이 $|a|$ 일 때 다른 한 근은 $\frac{3}{2}|a|$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = |a| + \frac{3}{2}|a| = \frac{15}{4}, \quad \frac{5}{2}|a| = \frac{15}{4}$$

$$\therefore |a| = \frac{3}{2}, \quad a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\therefore |b| = \frac{9}{4}, \quad b = \pm \frac{9}{4}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{4} = \frac{27}{8}$$

$$\therefore m = \frac{27}{2}$$