

1. $(-a^2)^2 \times (2a^3) \times \frac{5}{2}a^4$ 을 간단히 하면?

① $-5a^{14}$

② $-5a^9$

③ $-\frac{3}{2}a^9$

④ $5a^{10}$

⑤ $5a^{11}$

해설

$$(-a^2)^2 \times (2a^3) \times \frac{5}{2}a^4$$

$$= a^4 \times 2a^3 \times \frac{5}{2}a^4 = 5a^{11} \text{ 이다.}$$

2. 다음 중 계산 결과가 b 가 아닌 것은?

① $ab \times a^2b^2 \div a^3b^2$

② $a^2 \div a^2b \times b^2$

③ $a^2b^3 \div (-a) \div (-ab^2)$

④ $ab^3 \times ab \div b^2$

⑤ $b^2 \div a^3b^4 \times a^3b^3$

해설

④ $ab^3 \times ab \div b^2 = a^2b^2$

3. $(8x^3y^2)^2 \div (-4x^2y)^3 \times \square = 3y$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수를 써넣어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$$\frac{64x^6y^4}{-64x^6y^3} \times \square = 3y$$

$$-y \times \square = 3y$$

$$\square = 3y \div (-y)$$

$$\therefore \square = -3$$

4. $\frac{2x+y}{4} - \frac{x-3y}{3}$ 를 간단히 하면?

① $2x + 15y$

② $\frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y$

③ $\frac{5}{6}x + 5y$

④ $x + 4y$

⑤ $\frac{5}{4}x - \frac{1}{6}y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x+y}{4} - \frac{x-3y}{3} \\ &= \frac{3(2x+y) - 4(x-3y)}{12} \\ &= \frac{6x+3y-4x+12y}{12} \\ &= \frac{2x+15y}{12} = \frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y \end{aligned}$$

5. $\frac{4x+5y}{3x-5y} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(x+1) - 2y - 2$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면?

① $-5x + 1$

② $-5y - 1$

③ $-5y + 2$

④ $5y + 1$

⑤ $-5y - 2$

해설

$$8x + 10y = 3x - 5y$$

$$5x = -15y \therefore x = -3y$$

$$\therefore (x+1) - 2y - 2 = -3y - 2y - 1 = -5y - 1$$

6. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5

② 15

③ 60

④ 90

⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

7. 다음 보기 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

보기

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

8. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$3^{x+2} = 3^6, x = 4,$$

$$2^{2+6-3} = 2^y, y = 5$$

$$\therefore x + y = 9$$

9. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

10. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$3(x+2) = -2x+11$$

$$3x+6 = -2x+11$$

$$\therefore x = 1$$

11. $\left(a - \frac{b}{3}\right)\left(a + \frac{b}{3}\right) - \left(\frac{5}{4}a + 2b\right)\left(\frac{5}{4}a - 2b\right) = pa^2 + qb^2$ 에서 상수 p, q 에 대하여 $16p + 9q$ 의 값은?

① 24

② 26

③ 28

④ 30

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - \left(\frac{b}{3}\right)^2 - \left\{ \left(\frac{5}{4}a\right)^2 - (2b)^2 \right\} \\ &= a^2 - \frac{b^2}{9} - \frac{25}{16}a^2 + 4b^2 \\ &= -\frac{9}{16}a^2 + \frac{35}{9}b^2 \\ \therefore 16p + 9q &= -9 + 35 = 26 \end{aligned}$$

12. $(2x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b$ 에서 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $-\frac{1}{8}$

④ $-\frac{1}{16}$

⑤ $-\frac{1}{32}$

해설

$$2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b \text{ 에서}$$

$$2\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$$

$$=2\left(x^4-\frac{1}{16}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$$

$$=2\left(x^8-\frac{1}{256}\right)=2x^8-\frac{1}{128}$$

$$\therefore ab=8\times\left(-\frac{1}{128}\right)=-\frac{1}{16}$$

13. $p = a(l + nr)$ 을 l 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $l = \frac{p}{a} - nr$

해설

$$p = a(l + nr)$$

$$\frac{p}{a} = l + nr$$

$$\frac{p}{a} - nr = l$$

14. 길이가 $2r$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라고 한다. $\overline{AP} = a$, $\overline{BP} = b$, $\overline{PH} = h$ 일 때, h 를 a , b , r 을 사용한 식으로 나타내어라.

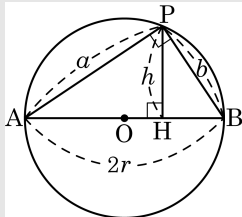
▶ 답 :

▶ 정답 : $h = \frac{ab}{2r}$

해설

위의 그림과 같은 삼각형 APB 의 넓이

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(ab) &= \frac{1}{2}(2rh) \\ ab &= 2hr \\ \therefore h &= \frac{ab}{2r} \end{aligned}$$



15. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $1.\dot{6}$

② $1.0\dot{6}$

③ $1.0\dot{6}$

④ $1.\dot{6}\dot{6}$

⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= x + \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

16. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

17. 분수 $\frac{27}{333}$ 을 x 라 할 때, $x \times (10^3 - 1)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{27}{333} \times (10^3 - 1) = \frac{27}{333} \times 999 = 27 \times 3 = 81$$

18. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

19. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

20. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

21. 7 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $a \leq b$ 일 때, $[a, b] = a, < a, b > = b$ 라 하고, $a \diamond b = \frac{< a, b >}{[a, b]}$ 라고 정의할 때, $a \diamond b$ 의 값 중 무한소수가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$a \diamond b = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ 이다. 이들 중 무한소수가 되는 수는

분모가 3 인 경우는 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

분모가 6 인 경우는 $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

분모가 7 인 경우는 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

따라서 $2 + 4 + 6 = 12$ (개)

22. 분수 $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 100 이하의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 5 \times 3^2} = \frac{7}{b}$$

a 는 $3^2 \times 7$ 의 배수

$$a = 63, \quad b = 20$$

$$\therefore a + b = 83$$

23. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.000081\dot{9} \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

24. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.
- ㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.
- ㉣ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.
- ㉤ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉥ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.\dot{9}$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉣ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉤ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.

25. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 1$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$, $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2},$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} (\because x > 1)$$