

1. $75x^2 - 12y^2 = a(bx + cy)(bx - cy)$ 일 때, 자연수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 26

⑤ 28

해설

$$75x^2 - 12y^2 = 3(25x^2 - 4y^2) = 3(5x + 2y)(5x - 2y)$$

$$\therefore a = 3, b = 5, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

2. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 틀린 것은?

$$A = a^2b - ab^2$$

$$B = a^3 - ab^2$$

- ① 식 A 의 인수는 7 개이다.
- ② $(a + b)$ 는 식 B 의 인수이다.
- ③ 식 B 의 인수는 7 개이다.
- ④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a - b)$ 이다.
- ⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$$A = a^2b - ab^2 = ab(a - b)$$

$$B = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b)$$

식 A 의 인수는 $a, b, (a - b), ab, a(a - b), b(a - b), ab(a - b)$ 이므로 7 개이다.

식 B 의 인수는 $a, (a - b), (a + b), a(a - b), a(a + b), (a - b)(a + b), a(a - b)(a + b)$ 이므로 7 개이다.

3. $x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x + 1)(x + 5y + 3)$

② $(x - 1)(x - 5y + 3)$

③ $(x - 1)(x + 5y - 3)$

④ $(x - 1)(x + 5y + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 5y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 \\ &= x^2 + (5y + 2)x - (5y + 3) \\ &= (x + 5y + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

4. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$

② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$

③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$

④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$

⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

5. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a-1)(b-1)(c+1)$

② $(a+1)(b-1)(c-1)$

③ $(a+1)(b+1)(c+1)$

④ $(a-1)(b+1)(c-1)$

⑤ $(a-1)(b-1)(c-1)$

해설

$$\begin{aligned} & abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 \\ &= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1) \\ &= (a+1)(bc + b + c + 1) \\ &= (a+1)(b+1)(c+1) \end{aligned}$$

6. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

7. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x + y + z + p + q + r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

8. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab - 3a - 4b + 12 > 0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$ab - 3a - 4b + 12 = (a - 4)(b - 3) > 0$ 이므로

① $a - 4 > 0, b - 3 > 0$

$\rightarrow a > 4, b > 3$

$(a, b) = (5, 4)(5, 5)(5, 6)(6, 4)(6, 5)(6, 6)$

② $a - 4 < 0, b - 3 < 0$

$\rightarrow a < 4, b < 3$

$(a, b) = (1, 1)(1, 2)(2, 1)(2, 2)(3, 1)(3, 2)$

①, ②에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지

주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : $6 \times 6 = 36$ 가지

이므로 구하는 확률은 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ 이다.

9. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 10가지

해설

$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)}$ 이므로

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$(x-3)(y+1) = 1$ 일 때, $(x, y) = (4, 0)$

$(x-3)(y+1) = 4$ 일 때,

$(x, y) = (4, 3)(5, 1)(7, 0)$

$(x-3)(y+1) = 9$ 일 때, $(x, y) = (4, 8)(6, 2)$

$(x-3)(y+1) = 16$ 일 때, $(x, y) = (5, 7)(7, 3)$

$(x-3)(y+1) = 25$ 일 때, $(x, y) = (8, 4)$

$(x-3)(y+1) = 36$ 일 때, $(x, y) = (9, 5)$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 10 가지이다.

10. $ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$ab + bc + ca = a^2 + b^2 + c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} = 0$$

이때 a, b, c 는 실수이므로

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = 3$$