

1. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1)$ 에서
i) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$
ii) (이차항)×(상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$
즉, $5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$
∴ 19

2. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c \\ &= ax^2 - (2a - b)x + (a - b + c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

3. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

- ① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

4. 실수 x, y 에 대하여 $x + y + (xy - 1)i = 2 + i$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$x + y = 2, \quad xy - 1 = 1 \quad \therefore xy = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 0$$

5. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1+i)(1-i)}{(1+i) - (1-i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

6. 이차방정식 $(x-1)(x+3)=7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$

② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{11}$

④ $-1 \pm \sqrt{11}$

⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3)=7, x^2+2x-3-7=0,$$

$$x^2+2x-10=0$$

$$\text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2+10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

7. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

8. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

9. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

10. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가
 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면
 $P(-1) = P(3) = 0$
 $P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$
 $P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$
 $\therefore a = -22, b = -15$

11. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 7 을 갖고, $f(2) = -2$ 를 만족할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 7 ③ 11 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x+1)^2 + 7, f(2) = -2 \\ \Rightarrow 3^2 \times a + 7 &= -2, a = -1 \\ \therefore f(x) &= -(x+1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6 \\ \text{따라서 } a + b + c &= 3 \end{aligned}$$

13. $2 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$$

따라서 함수의 그래프는 점(1,2) 를 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이므로

(i) $x = 2$ 일 때 최소이며, 최솟값은

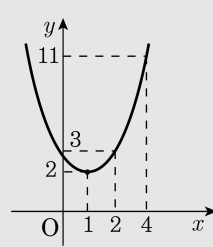
$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$$

$$\therefore m = 3$$

(ii) $x = 4$ 일 때 최대이며, 최댓값은 $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 11$

$$\therefore M = 11$$

$$\therefore M + m = 14$$



14. 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 모든 해의 총합은?

① $-2\sqrt{2}i$

② $\sqrt{2}i$

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

(준식) $= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 2x + 3) = 0$

실근의 합은 $1 + (-1) = 0$

허근의 합은 -2

모든 근의 합은 -2

15. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

16. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

17. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

18. $x^2 = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1}$ 의 값은?

㉠ $8 - 6\sqrt{2}$

㉡ $8 - 4\sqrt{2}$

㉢ $5 - 6\sqrt{2}$

㉣ $5 - 4\sqrt{2}$

㉤ $3 - 6\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^5 - x^4 - 3x + 3}{x - 1} &= \frac{x^4(x - 1) - 3(x - 1)}{x - 1} \\ &= \frac{(x^4 - 3)(x - 1)}{x - 1} \\ &= x^4 - 3 \\ &= (3 - \sqrt{2})^2 - 3 \\ &= 11 - 6\sqrt{2} - 3 = 8 - 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

19. x 에 대한 방정식 $(a-2)(x-a)=0$ 의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

① $a=0$ 일 때, $x=2$

② $a \neq 2$ 일 때, $x=a$

③ $a=2$ 일 때, 불능

④ $a=0$ 일 때, 부정

⑤ 해는 없다.

해설

$$(a-2)(x-a)=0$$

$$\Rightarrow a=2 \text{ 또는 } x=a$$

i) $a=2$ 일 때 : 부정

ii) $a \neq 2$ 일 때 : $x=a$

20. $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(3-x)^2} = x+3$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. 이 두 실근을 α, β 라 할 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$(\text{준식}) = |x-1| + |3-x| = x+3$$

$$\text{i) } x < 1$$

$$-x+1+3-x = x+3, 3x=1$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ii) } 1 \leq x < 3$$

$$x-1+3-x = x+3,$$

$$x = -1 (\text{해가 아니다})$$

$$\text{iii) } x \geq 3$$

$$x-1-3+x = x+3, x=7$$

$$\text{두 근이 } \frac{1}{3}, 7$$

$$\therefore 3\alpha\beta = 7$$

21. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 [보기]의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

- $\textcirc� \quad ax^2 + 2bx + c = 0$

$\textcirc� \quad ax^2 + \frac{1}{2}bx + c = 0$
- $\textcirc� \quad cx^2 + bx + a = 0$

- ① $\textcirc�$

② $\textcirc�, \textcirc�$

③ $\textcirc�, \textcirc�$
- ④ $\textcirc�, \textcirc�$

⑤ $\textcirc�, \textcirc�, \textcirc�$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로
 $D = b^2 - 4ac > 0 \cdots$
 $\textcirc� \quad ax^2 + 2bx + c = 0$ 의 판별식은
 $D = (2b)^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$
 $= 3b^2 + (b^2 - 4ac > 0)$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 $\textcirc�$ [반례] $a = 1, b = 3, c = 2$ 일 때
 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖지만
 $x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0$ 은 허근을 갖는다.
 $\textcirc� \quad cx^2 + bx + a = 0$ 의 판별식은
 $D = b^2 - 4ac > 0$
따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

22. 이차방정식 $ix^2 + (2+i)x - i(1+i) = 0$ 의 두 근의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-1 - 2i$

② $1 - i$

③ $-1 + i$

④ $-1 + 2i$

⑤ $3i$

해설

주어진 양 방정식에 i 를 곱하면

$$-x^2 + (2i - 1)x - i(i - 1) = 0$$

$$x^2 - (2i - 1)x + i(i - 1) = 0$$

$$(x - i)(x + 1 - i) = 0$$

$$\therefore x = i \text{ 또는 } x = -1 + i$$

두 근의 합은 $-1 + 2i$

23. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2}((a + b)^2 - (a^2 + b^2)) = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$\begin{aligned}\therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244\end{aligned}$$

24. $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a < 1$ ② $\frac{1}{2} < a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $2 < a \leq 3$ ⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

두 근을 α, β 라 하면

$|\text{음근}| > \text{양근}$ 이므로

$$\alpha + \beta = -a < 0, \quad \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$