1. 다항식 $2xy^2+x^2y-3x+x^3-1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2-3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항 : x^3-3x-1

2. 실수 x, y에 대하여 $x+y+(xy-1)i=2+i$일 때 x^2+y^2의 값은?

① 4　　② 2　　③ 1　　④ 0　　⑤ -1

해설

$x+y=2,\ xy-1=1 \quad \therefore xy=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0$

3. $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5}$를 계산하면?

① $\sqrt{15}$　② $-\sqrt{15}$　③ $\sqrt{15}i$

④ $-\sqrt{15}i$　⑤ -15

해설

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{3}i \cdot \sqrt{5}i = -\sqrt{15}$$

4. 다항식 $x^3 - 2$를 $x^2 - 2$로 나눈 나머지는?

① 2　② -2　③ $-2x-2$

④ $2x+2$　⑤ $2x-2$

해설

$$\frac{x^3-2}{x^2-2} = \frac{x^3-2x+2x-2}{x^2-2} = x + \frac{2x-2}{x^2-2}$$

$\therefore$ 몫은 x, 나머지는 $2x-2$

5. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 $x,\ y,\ z$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4　　② 8　　③ 16　　④ 32　　⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

$x,\ y,\ z$에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

6. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x+\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5　　② -2　　③ 1　　④ 3　　⑤ 5

해설

$x+\frac{1}{x}=t$ 라 하고,

양변에 x 를 곱하면

$x^2+1=tx$

$x^2-tx+1=0$ 에서 x 는 실수이므로

$D=t^2-4\geq 0 \quad \therefore t^2\geq 4,\ t\leq -2$ 또는 $t\geq 2$

7. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수) 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 + i$ 이므로,
켤레근 $1 - i$ 도 식의 근.
$(1 + i) + (1 - i) = -a$
$\therefore\ a = -2$

8. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은? (단, a, b, c는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$이다.

② 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β, $D=b^2-4ac$라고 하면 $(\alpha-\beta)^2=\dfrac{D}{a^2}$이다.

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab<0$이다.

④ 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2+(a-2c)x+b-ac$도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$(단, $a\neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac<0$이다.

9. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$의 값을 구하면?

$$
\begin{array}{c|cccc}
k & 1 & a & -1 & b \\
 & & c & d & 33 \\
\hline
 & 1 & 4 & 11 & \boxed{37}
\end{array}
$$

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-3$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$
\begin{array}{c|cccc}
3 & 1 & a & -1 & b \\
 & & 3 & 3a+9 & 9a+24 \\
\hline
 & 1 & a+3 & 3a+8 & \boxed{9a+b+24}
\end{array}
$$

이때 $k=3,\ c=3,\ a+3=4,\ 3a+9=d,\ 9a+b+24=37$ 이므로

$k=3,\ c=3,\ a=1,\ d=12,\ b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

10. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x+2$ 이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2(x+2)(x-1)$

② $2(x+2)(x-2)$

③ $(x+2)(x-2)$

④ $2(x+1)(x-1)$

⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$L=(x-1)(x-3)(x+2)$

두 다항식은 $(x-1)(x+2)$, $(x-3)(x+2)$

두 다항식의 합은 $2(x+2)(x-2)$

11. 복소수 z의 켤레복소수가 $\overline{z}$일 때, 등식 $(1-i)\overline{z}+2iz=3-i$를 만족시키는 z를 구하면?

① $3-2i$ ② $-3+i$ ③ $3+i$

④ $-3-2i$ ⑤ $3-i$

해설

복소수 $z=x+yi(x,\ y$ 는 실수$)$ 라 놓으면

$\overline{z}=x-yi$

따라서, 주어진 식은

$(1-i)(x-yi)+2i(x+yi)=3-i$

$x-yi-xi-y+2xi-2y=3-i$

$(x-3y)+(x-y)i=3-i$

복소수의 상등에 의하여 $x-3y=3$, $x-y=-1$

$\therefore\ x=-3,\ y=-2$

$\therefore\ z=-3-2i$

12. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$의 해는?

① $-2,\ 4$ ② $-2,\ 2$ ③ $-4,\ 4$

④ $-4,\ 2$ ⑤ $-4,\ -2,\ 2,\ 4$

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$에서

i) $x > 0$일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x+4)(x-2) - 0$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$

그런데 $x > 0$이므로 $x = 2$

ii) $x < 0$일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x-4)(x+2) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$

그런데 $x < 0$이므로 $x = -2$

i), ii) 에서 구하는 해는 $-2,\ 2$

13. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab} \\
&= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc} \\
&= \frac{-(a^3+b^3+c^3)}{abc} \\
&= \frac{-3abc}{abc} = -3
\end{aligned}
$$

해설

$$
\begin{aligned}
& a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \\
&= \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right) \\
&= \frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a} \\
&= \frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a} \quad (\because\ a+b+c=0) \\
&= -3
\end{aligned}
$$

14. x, y, z가 삼각형의 세 변의 길이이고, $xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① z가 빗변인 직각삼각형
② x가 빗변인 직각삼각형
③ $x = y$인 이등변삼각형
④ $y = z$인 이등변삼각형
⑤ $z = x$인 이등변삼각형

해설

$xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$
$(x-y)z^2 + (x^2 - y^2)z + (x-y)xy = 0$
$(x-y)\{z^2 + (x+y)z + xy\} = 0$
$(x-y)(z+x)(z+y) = 0 \therefore\ x = y\ (\because x,\ y,\ z$는 모두 양수$)$
$\therefore\ x = y$인 이등변삼각형

15. 두 다항식 x^2+px+q 와 x^2+qx+p 의 최대공약수가 $x-a$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $p=q$　② $p+q=1$　③ $p=q+1$

④ $pq=1$　⑤ $p+q=-1$

해설

나머지 정리에 의해 $x=a$ 를 대입하면 $a^2+pa+q=0,\ \alpha^2+qa+p=0$ 이다.
두식을 빼면, $(p-q)a-(p-q)=0$, $(p-q)(a-1)=0 \Leftrightarrow p=q$ 또는 $a=1$
$p=q$이면 최대공약수가 x^2+px+q 가 되므로, 조건에 맞지 않는다
$\therefore\ \ a=1$에서 $p+q=-1$