

1. $a(2a - b) - (b - 2a)$ 를 인수분해하면?

① $(a - 1)(2a - b)$

② $(a - 1)(2a + b)$

③ $(a + 1)(2a + b)$

④ $(a + 1)(2a - b)$

⑤ $a(2a - b)$

해설

$$\begin{aligned} a(2a - b) - (b - 2a) &= a(2a - b) + (2a - b) \\ &= (2a - b)(a + 1) \end{aligned}$$

2. 다음 중 $a^2x - x$ 의 인수인 것은?

- ① a ② $x - a$ ③ $x + a$ ④ $x + 1$ ⑤ $a + 1$

해설

$$x(a^2 - 1) = x(a + 1)(a - 1)$$

3. $(x+y)(x+y+2)-3$ 을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(x+y-3)$

② $(x+y-1)(x+y-3)$

③ $(x+y-1)(x+y+3)$

④ $(x+y+1)(x+y+3)$

⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$x+y=A$ 라고 놓으면,

$$A(A+2)-3=A^2+2A-3$$

$$=(A-1)(A+3)$$

$$=(x+y-1)(x+y+3)$$

4. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a=-1, b=3$$

$$\therefore a+3b=-1+9=8$$

5. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} &x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &=x(\textcircled{1})\times(x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &=(x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8
- ④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$

② $x+4$

③ x^2+6x+8

⑤ x^2+6x+4

6. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $a^2 + 1$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $a^2 - 1$

$\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $a + 1$

$\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $a - 1$

$\textcircled{\tiny \text{㉥}}$ $a^3 + 1$

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 1 개

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 2 개

$\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ 3 개

$\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 4 개

$\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 없다

해설

$$\begin{aligned} a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a - 1) - (a - 1) \\ &= (a^2 - 1)(a - 1) \\ &= (a - 1)^2(a + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$ 의 인수인 것은 $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$, $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$, $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

7. $x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2$ 을 인수분해하였더니
 $(x + ay + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2 &= x^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2) \\&= x^2 - (y - 2z)^2 \\&= (x + y - 2z)(x - y + 2z)\end{aligned}$$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 2$ 이므로 $a + b + c = 1$ 이다.

8. 인수분해 공식을 이용하여 $24 \times 27 - 24 \times 22$ 를 간단하게 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$24 \times 27 - 24 \times 22 = 24 \times (27 - 22) = 24 \times 5 = 120$$

9. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 + 2x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x + 1 &= \sqrt{2} \text{ 이므로} \\ x^2 + 2x + 1 &= (x + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2\end{aligned}$$

10. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0, (x - 3y)^2 = 0 \therefore x = 3y$$

$\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 에 $x = 3y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{(3y)^2 + y^2}{2 \times 3y \times y} = \frac{10y^2}{6y^2} = \frac{5}{3}$$

11. $-3a^2 + 12b^2 = k(ma + nb)(ma - nb)$ 일 때, 세 정수 k, m, n 의 곱 kmn 의 값은?(단, $n > 0$)

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} -3a^2 + 12b^2 &= -3(a^2 - 4b^2) \\ &= -3(a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$$

$$k = -3, m = 1, n = 2$$

$$\therefore kmn = -3 \times 1 \times 2 = -6$$

12. 다항식 $(m+n)^2 - 2(m+n)m - 8m^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 일차식들의 합은?

① 0 ② $-2n$ ③ $m+n$ ④ $2n$ ⑤ $2m$

해설

$m+n = X$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} X^2 - 2mX - 8m^2 &= (X - 4m)(X + 2m) \\ &= (m + n - 4m)(m + n + 2m) \\ &= (n - 3m)(3m + n) \end{aligned}$$

$$\therefore (n - 3m) + (3m + n) = 2n$$

13. $-8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 = (a + A)(a + B)(a + C)(a + D)$ 라고 할 때, $A + B + C + D$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a - 2 = t \text{로 치환하면} \\ -8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 \\ = -8 - 7at + (at)^2 \\ = (at - 8)(at + 1) \\ = (a^2 - 2a - 8)(a^2 - 2a + 1) \\ = (a - 4)(a + 2)(a - 1)^2 \\ = (a - 4)(a + 2)(a - 1)(a - 1) \\ \therefore A + B + C + D = (-4) + 2 + (-1) + (-1) = -4 \end{aligned}$$

14. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a(Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B - C = -4$

해설

$2a - 3b + 1 = X$, $2a + 3b - 1 = Y$ 로 치환하면

$$(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= 4a(-6b + 2)$$

$$= 8a(-3b + 1)$$

$$\therefore A + B - C = 0 + (-3) - 1 = -4$$

15. x, y 는 자연수이다. x, y 의 값과 상관없이 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 나눌 수 있는 가장 큰 짝수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

인수분해하면
 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$
 $= \{(x + y - 3) + (x - y + 3)\}$
 $\quad \{(x + y - 3) - (x - y + 3)\}$
 $= 2x(2y - 6)$
 $= 4x(y - 3)$
이므로 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 x, y 의 값과 상관없이 나눌 수 있는 가장 큰 짝수는 4 이다.

16. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m=1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3)+m \\ &= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6)+m \end{aligned}$$

$x^2-5=t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6)+m$$

$$t^2+10t+24+m$$

$$t^2+10t+24+m=(t+5)^2$$

$$24+m=5^2$$

$\therefore m=1$ 이다.

17. $4x^2 - 24xy + 36y^2 - 16$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4x - 12y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4(x^2 - 6xy + 9y^2) - 16 \\&= 4(x - 3y)^2 - 16 \\&= (2x - 6y + 4)(2x - 6y - 4) \\ \therefore (2x - 6y + 4) + (2x - 6y - 4) &= 4x - 12y\end{aligned}$$

18. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

19. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면
 $x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$
 $\therefore a = 1, b = 3, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5$

20. $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

① $(a + b)(a + b + 1)$

② $(a - b)(a + b - 1)$

③ $(a - b)(a - b - 2)$

④ $(a + b)(a + b - 1)$

⑤ $(a + b)(a + b - 2)$

해설

$$(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)(a + b - 1)$$

21. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

22. $a + b = 2$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$ 의 값을 구하여라.

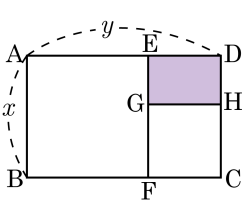
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a + b)^2 - 2(a + b) \\ &= (a + b)(a + b - 2) \\ &= 2 \times (2 - 2) = 0\end{aligned}$$

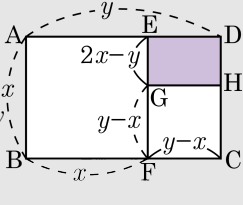
23. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 세로의 길이가 x , 가로의 길이가 y 이고, $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 가 모두 정사각형이다. 이 때, $\square EGHD$ 의 넓이는? (단, $x < y < 2x$)



- ① $-2x^2 + 3xy - y^2$ ② $-2x^2 - 3xy - y^2$
 ③ $2x^2 - 3xy - y^2$ ④ $2x^2 + 3xy - y^2$
 ⑤ $2x^2 + 3xy + y^2$

해설

다음 그림에서
 $(\square EGHD \text{의 넓이}) = (\text{가로}) \times (\text{세로})$
 $= (y - x)(2x - y)$
 $= 2xy - y^2 - 2x^2 + xy$
 $= -2x^2 + 3xy - y^2$



24. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$
$$= 2x(x - 5)(\text{ })$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 \text{ 에서 } \text{ } \text{를 A 로 치환한다.}$$

- ① $x - 1, x - y$

② $x - 1, x + y$

③ $x + 1, x - y$

④ $x + 1, x + y$

⑤ $x, x + y$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$
$$= 2x(x - 5)(x + 1)$$

25. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

26. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $y + 1$ ④ $x + y$ ⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned}x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy &= xy(xy - x - y + 1) \\&= xy\{x(y - 1) - (y - 1)\} \\&= xy(x - 1)(y - 1)\end{aligned}$$

27. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

28. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13
- ② 15
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

29. $a + b = \sqrt{6}$, $ab = 1$ 이고, $(a - b)a^2 + (b - a)b^2 = k$ 라 할 때, k^2 의 값을 구하면?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (\sqrt{6})^2 - 4 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)a^2 + (b - a)b^2 &= (a - b)a^2 - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)^2 \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore k^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$$

30. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

31. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

32. $-115^2 - 75^2 + 25^2 + 185^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16000

해설

$$\begin{aligned} & -115^2 - 75^2 + 25^2 + 185^2 \\ &= 185^2 - 115^2 + 25^2 - 75^2 \\ &= (185 + 115)(185 - 115) + (25 + 75)(25 - 75) \\ &= 300 \times 70 + 100 \times (-50) \\ &= 21000 - 5000 \\ &= 16000 \end{aligned}$$

33. $a^2 + a + 1 = 0$ 일 때, $a^{11} + \frac{1}{a^{11}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변을 a ($a \neq 0$) 로 나누면

$$a + 1 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -1$$

$a^2 + a + 1 = 0$ 의 양변에 $a - 1$ 을 곱하면

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a^3 - 1 = 0, a^3 = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{11} + \frac{1}{a^{11}} &= (a^3)^3 \cdot a^2 + \frac{1}{(a^3)^3 \cdot a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \\ &= (-1)^2 - 2 = -1\end{aligned}$$