1. $75x^2-12y^2=a(bx+cy)(bx-cy)$ 일 때, 자연수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$75x^2-12y^2=3(25x^2-4y^2)=3(5x+2y)(5x-2y)$

$\therefore a=3,\ b=5, c=2$

$\therefore a+b+c=10$

2. 다음에 주어진 두 식에 대한 설명으로 <u>틀린</u> 것은?

$$\mathrm{A} = a^2b - ab^2$$
$$\mathrm{B} = a^3 - ab^2$$

① 식 A 의 인수는 7 개이다.

② $(a+b)$ 는 식 B 의 인수이다.

③ 식 B 의 인수는 7 개이다.

④ 식 A 와 식 B 의 공통인 인수는 $(a-b)$ 이다.

⑤ ab 는 식 A 의 인수이다.

해설

$\mathrm{A} = a^2b - ab^2 = ab(a-b)$

$\mathrm{B} = a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a-b)(a+b)$

식 A 의 인수는 $a,\ b,\ (a-b),\ ab,\ a(a-b),\ b(a-b),\ ab(a-b)$ 이므로 7 개이다.

식 B 의 인수는 $a,\ (a-b),\ (a+b),\ a(a-b),\ a(a+b),\ (a-b)(a+b),\ a(a-b)(a+b)$ 이므로 7 개이다.

3. $x^2+5xy+2x-5y-3$ 을 인수분해하면?

① $(x+1)(x+5y+3)$

② $(x-1)(x-5y+3)$

③ $(x-1)(x+5y-3)$

④ $(x-1)(x+5y+3)$

⑤ $(x+1)(x-5y-3)$

해설

$x^2+5xy+2x-5y-3$

$=x^2+(5y+2)x-(5y+3)$

$=(x+5y+3)(x-1)$

4. $x^2-9y^2-2x+18y-8$을 인수분해하면?

① $(x-3y+2)(x+3y+4)$

② $(x-3y+2)(x+3y-4)$

③ $(x+3y+2)(x+3y-4)$

④ $(x-5y+2)(x+3y-4)$

⑤ $(x-3y+4)(x+3y-2)$

해설

$$
\begin{aligned}
&x^2-9y^2-2x+18y-8\\
&=x^2-2x-9y^2+18y-8\\
&=x^2-2x-(9y^2-18y+8)\\
&=x^2-2x-(3y-2)(3y-4)\\
&=\{x-(3y-2)\}\{x+(3y-4)\}\\
&=(x-3y+2)(x+3y-4)
\end{aligned}
$$

5. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a-1)(b-1)(c+1)$ ② $(a+1)(b-1)(c-1)$

③ $(a+1)(b+1)(c+1)$ ④ $(a-1)(b+1)(c-1)$

⑤ $(a-1)(b-1)(c-1)$

해설

$$\begin{aligned}&abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1\\&= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1)\\&= (a+1)(bc + b + c + 1)\\&= (a+1)(b+1)(c+1)\end{aligned}$$

6. 다항식 $x^2-4xy+3y^2-7x+5y-8$ 을 인수분해하면?

① $(x+3y-8)(x+y+1)$

② $(x-3y+8)(x+y+1)$

③ $(x+3y-8)(x-y-1)$

④ $(x-3y+2)(x-y+4)$

⑤ $(x-3y-8)(x-y+1)$

해설

$$x^2-(4y+7)x+3y^2+5y-8$$
$$=x^2-(4y+7)x+(3y+8)(y-1)$$
$$=(x-3y-8)(x-y+1)$$

7. $[a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]-[b,\ a,\ c]$를 인수분해하면, $(xa+yb+zc)(pa+qb+rc)$ 이다. 이 때, $x+y+z+p+q+r$ 의 값은?

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(a-b)(a-c)-(b-a)(b-c)$

$=(a-b)(a-c)+(a-b)(b-c)$

$=(a-b)\{(a-c)+(b-c)\}$

$=(a-b)(a+b-2c)$

$\therefore x+y+z+p+q+r$

$=1+(-1)+0+1+1+(-2)=0$

8. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab-3a-4b+12>0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$ab-3a-4b+12=(a-4)(b-3)>0$ 이므로

① $a-4>0, b-3>0$

$\rightarrow\ a>4, b>3$

$(a,b)=(5,\ 4)(5,\ 5)(5,\ 6)(6,\ 4)(6,\ 5)(6,\ 6)$

② $a-4<0, b-3<0$

$\rightarrow\ a<4, b<3$

$(a,b)=(1,\ 1)(1,\ 2)(2,\ 1)(2,\ 2)(3,\ 1)(3,\ 2)$

①,②에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지

주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : $6\times6=36$ 가지

이므로 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$ 이다.

9. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)}$ 이므로

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$(x-3)(y+1)=1$ 일 때, $(x,\ y)=(4,\ 0)$

$(x-3)(y+1)=4$ 일 때,

$(x,\ y)=(4,\ 3)(5,\ 1)(7,\ 0)$

$(x-3)(y+1)=9$ 일 때, $(x,\ y)=(4,\ 8)(6,\ 2)$

$(x-3)(y+1)=16$ 일 때, $(x,\ y)=(5,\ 7)(7,\ 3)$

$(x-3)(y+1)=25$ 일 때, $(x,\ y)=(8,\ 4)$

$(x-3)(y+1)=36$ 일 때, $(x,\ y)=(9,\ 5)$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 10 가지이다.

10. $ab+bc+ca=a^2+b^2+c$일 때, $\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}$의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$ab+bc+ca=a^2+b^2+c^2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

이때 $a,\ b,\ c$ 는 실수이므로

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ \frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}=3$