

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a^2 \times (a^3b)^2 \div ab = ab^7$
㉡ $(-xy)^3 \times 3x^2y \div y^2 = -3x^5y^2$
㉢ $(-2a)^2 \times \left(-\frac{a}{b^2}\right)^3 \div \frac{a}{b^3} = -4a^4b$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $a^2 \times (a^3b)^2 \div ab = a^7b$
㉢ $(-2a)^2 \times \left(-\frac{a}{b^2}\right)^3 \div \frac{a}{b^3} = -\frac{4a^4}{b^3}$

2. $A = 3^2$ 일 때, 9^8 을 A 를 사용하여 나타내면?

① A^5

② A^6

③ A^7

④ A^8

⑤ A^9

해설

$9^8 = 3^{16} = (3^2)^8$ 이므로 A^8 이다.

3. $x(5x - 2) - \frac{1}{6xy}(6x^3y - 12x^2y)$ 를 간단히 한 식에서 2차항의 계수를 a 라 하고, 1차항의 계수를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

- ① 0 ② 4 ③ -4 ④ 16 ⑤ -16

해설

$$\begin{aligned} & x(5x - 2) - \frac{1}{6xy}(6x^3y - 12x^2y) \\ &= 5x^2 - 2x - \left(\frac{6x^3y - 12x^2y}{6xy} \right) \\ &= 5x^2 - 2x - x^2 + 2x = 4x^2 \end{aligned}$$

따라서 $a = 4$, $b = 0$ 이므로 $ab = 4 \times 0 = 0$ 이다.

4. $(3x-2)^2 - (2x+2)(-2x+5)$ 를 전개하면?

① $13x^2 - 18x - 6$

② $10x^2 - 8x + 9$

③ $10x^2 - 16x - 11$

④ $10x^2 - 8x + 19$

⑤ $13x^2 - 12x + 19$

해설

$$(3x-2)^2 - (2x+2)(-2x+5) = (9x^2 - 12x + 4) - (-4x^2 + 6x + 10) = 13x^2 - 18x - 6$$

5. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 없는 것은?

보기

- ㄱ. $-2x + y = 1$
- ㄴ. $x - y = -1$
- ㄷ. $x - y = -\frac{1}{2}$
- ㄹ. $2x + 2y = 2$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

해설

ㄴ 식에서 ㄷ식을 빼면 $0 \cdot x = -\frac{1}{2}$ 이 되므로 해가 없다.

6. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$$\therefore A + B = 50$$

7. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$2^{x+4} = 2^{2(x-1)}$$

$$x+4 = 2(x-1)$$

$$\therefore x = 6$$

8. $\frac{8x^2y - 12xy^2}{4xy} - \frac{-6xy + 9y^2}{3y}$ 를 간단히 하면?

① 0

② $4x$

③ $4x - 6y$

④ $7x - 6y$

⑤ $7x - 14y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{8x^2y - 12xy^2}{4xy} - \frac{-6xy + 9y^2}{3y} \\ &= \left(\frac{8x^2y}{4xy} - \frac{12xy^2}{4xy} \right) - \left(\frac{-6xy}{3y} + \frac{9y^2}{3y} \right) \\ &= 2x - 3y - (-2x + 3y) \\ &= 2x - 3y + 2x - 3y \\ &= 4x - 6y \end{aligned}$$

9. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x - y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값은?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $-\frac{50}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $-\frac{40}{3}$ ⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$$x = -\frac{1}{3}, y = 3 \text{ 을 대입하면}$$

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$

10. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $x+3y = 15$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답: 4 개

▷ 정답: 4개

해설

일차방정식을 만족하는 해의 순서쌍은 $(3, 4), (6, 3), (9, 2), (12, 1)$ 이므로 해의 개수는 4(개)이다.

11. 연산 $\odot$ 을 $x \odot y = 2x + y$ 라 정의할 때, 자연수 x, y 에 대하여 $x \odot 2y = 4 \odot 2$ 의 해를 모두 고르면?

- ① (1, 5)
- ② (2, 3)
- ③ (3, 3)
- ④ (4, 1)
- ⑤ (5, 6)

해설

$x \odot 2y = 4 \odot 2$ 를 정의에 맞게 계산하면 $2x + 2y = 4 \times 2 + 2$ 이고, 이를 정리하면 $x + y = 5$ x, y 가 자연수이므로 $x = 1, 2, 3, \dots$ 을 차례로 대입하면 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

12. 일차방정식 $2x + 3y = 17$ 의 하나의 해가 $\left(a, \frac{3}{4}a\right)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 4 ② -2 ③ 2 ④ -4 ⑤ 6

해설

$\left(a, \frac{3}{4}a\right)$ 를 대입하면

$$2a + \frac{9}{4}a = 17$$

$$\frac{17}{4}a = 17$$

$$\therefore a = 4$$

13. 연립방정식
$$\begin{cases} 6(x-y) + 4y = 14 \cdots \textcircled{1} \\ 3x - (2x + 2y) = 9 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$
 의 해가 $x = p, y = q$ 일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

①의 양변을 2로 나누면
 $3(x-y) + 2y = 7, 3x - y = 7 \cdots \textcircled{3}$
②를 정리하면
 $3x - 2x - 2y = 9, x - 2y = 9 \cdots \textcircled{4}$
③ $\times 2 - \textcircled{4}$ 를 하면 $5x = 5$
 $\therefore x = 1 = p, y = -4 = q$
따라서 $p - q = 1 - (-4) = 5$ 이다.

14. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x - 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x + y = 7 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$ 를 풀기 위해 $\textcircled{A}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하여

$px = q$ 의 꼴로 만들었다. 이때 $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 3x - 1$ 을 $x + y = 7$ 에 대입하면

$$x + (3x - 1) = 7$$

$$4x = 8 \text{ 이므로 } p = 4, q = 8$$

$$\therefore \frac{q}{p} = \frac{8}{4} = 2$$

15. 1 보다 작은 분수 $\frac{6}{a}$ 을 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 수가 3 인
유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.(단, $a > 6$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 20

해설

소수 첫째 자리 수가 3 이므로 0.3 이상 0.4 미만의 분수이다.
 $\frac{6}{a} = 0.3 \times \times \times$ 이고,
 $0.3 = \frac{3}{10} = \frac{6}{20}$
 $0.4 = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ 이다.
 a 는 유한 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 16, 20 이다.

16. 다음은 순환소수 $6.7\dot{3}5\dot{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ㉔) ~ ㉞)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑
㉑의 양변에 $\boxed{\text{㉒}}$ 을 곱하면
 $\boxed{\text{㉒}}x = 67352.352352\cdots$ ㉓
㉑의 양변에 $\boxed{\text{㉔}}$ 을 곱하면
 $\boxed{\text{㉔}}x = 67.352352\cdots$ ㉕
㉓ - ㉕을 하면 $\boxed{\text{㉖}}x = \boxed{\text{㉗}}$
 $\therefore x = \boxed{\text{㉘}}$

- ① ㉒) 10000 ② ㉔) 10 ③ ㉕) 9999
- ④ ㉖) 67285 ⑤ ㉗) $\frac{13457}{9999}$

해설

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 으로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑
㉑의 양변에 10000을 곱하면
 $10000x = 67352.352352\cdots$ ㉓
㉑의 양변에 10을 곱하면
 $10x = 67.352352\cdots$ ㉕
㉓ - ㉕을 하면 $9990x = 67285$
 $\therefore x = \frac{13457}{1998}$

17. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

18. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 의 해가 $x = a$, $y = b$ 일 때, ab 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases} \text{ 을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \text{ 이므로}$$

$3y = 3$, $y = 1$, $x = 1$ 이다.

따라서 $ab = 1$ 이다.

20. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x + 0.1y = k + 6.4 \\ 0.4x - y = k \end{cases}$ 를 만족시키는 y 의 값이 x 의 값의 3 배 일 때, $x + k$ 의 값을 구하면?

① -3.2 ② -2.2 ③ -1.2 ④ 0 ⑤ 1.2

해설

$y = 3x$ 를 각 식에 대입

$$\begin{cases} 3x + y = 10k + 64 & \rightarrow 6x = 10k + 64 \\ 4x - 10y = 10k & \rightarrow -26x = 10k \end{cases}$$

$$\therefore x = 2, k = -5.2$$

$$\therefore x + k = -3.2$$

21. $\frac{a}{2^3 \times 7}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 14$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$ 이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ 이 되므로 $b = 4$ 이다.

22. 11의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.
이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\frac{1}{11} = 0.090909 \cdots = 0.\dot{0}9, f(1) = 9$

$\frac{2}{11} = 0.181818 \cdots = 0.\dot{1}8, f(2) = 9$

$\frac{3}{11} = 0.272727 \cdots = 0.\dot{2}7, f(3) = 9$ 이므로

n 의 값에 관계없이 $f(n) = 9$

$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 은

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots, f(88), f(89)$ 의 총

$2 \times 8 = 16$ (개)가 빠졌으므로

$1 \times (97 - 16) = 81$

23. $x \odot y = \begin{cases} x \neq y \text{이면 } -2 \\ x = y \text{이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}$, $b = 0.1$, $c = \frac{1}{10}$, $d = 0.09$ 에 대하여 $(a \odot b) \odot (c \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$a = \frac{1}{90}, b = \frac{1}{10}, c = \frac{1}{10}, d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$a \neq b, c = d, (a \odot b) \odot (c \odot d) = -2 \odot 2 = -2$$

24. 자연수 n 에 대하여 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$, $2^{3n} + 3^{2n}$ 의 일의 자리 숫자를 $g(n)$ 이라고 할 때, $\frac{f(2009)}{g(2009)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{5}{7}$

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.
 3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
따라서 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리 숫자는 5, 3, 5, 7 이 반복된다.
 $\therefore f(2009) = 5$
 $2^{3n} + 3^{2n} = 8^n + 9^n$ 이고,
 8^n 의 일의 자리 숫자는 8, 4, 2, 6 이 반복된다.
 9^n 의 일의 자리 숫자는 9, 1 이 반복된다.
따라서 $8^n + 9^n$ 의 일의 자리 숫자는 7, 5, 1, 7 이 반복된다.
 $\therefore g(2009) = 7$
 $\frac{f(2009)}{g(2009)} = \frac{5}{7}$

25. $a^2 = b^2 + c^2$ 일 때, $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2bc$

해설

$$(a - b + c)(a + b - c) = \{a - (b - c)\} \{a + (b - c)\}$$

$b - c = X$ 로 치환하면

$$\therefore (a - X)(a + X) = a^2 - X^2 = (b^2 + c^2) - (b - c)^2 = 2bc$$