

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} a^2 \times (a^3b)^2 \div ab = ab^7$$

$$\textcircled{\text{㉡}} (-xy)^3 \times 3x^2y \div y^2 = -3x^5y^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-2a)^2 \times \left(-\frac{a}{b^2}\right)^3 \div \frac{a}{b^3} = -4a^4b$$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} a^2 \times (a^3b)^2 \div ab = a^7b$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-2a)^2 \times \left(-\frac{a}{b^2}\right)^3 \div \frac{a}{b^3} = -\frac{4a^4}{b^3}$$

2. $A = 3^2$ 일 때, 9^8 을 A 를 사용하여 나타내면?

① A^5

② A^6

③ A^7

④ A^8

⑤ A^9

해설

$$9^8 = 3^{16} = (3^2)^8 \text{ 이므로 } A^8 \text{ 이다.}$$

3. $x(5x - 2) - \frac{1}{6xy}(6x^3y - 12x^2y)$ 를 간단히 한 식에서 2차항의 계수를 a 라 하고, 1차항의 계수를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

① 0

② 4

③ -4

④ 16

⑤ -16

해설

$$x(5x - 2) - \frac{1}{6xy}(6x^3y - 12x^2y)$$

$$= 5x^2 - 2x - \left(\frac{6x^3y - 12x^2y}{6xy} \right)$$

$$= 5x^2 - 2x - x^2 + 2x = 4x^2$$

따라서 $a = 4$, $b = 0$ 이므로 $ab = 4 \times 0 = 0$ 이다.

4. $(3x-2)^2 - (2x+2)(-2x+5)$ 를 전개하면?

① $13x^2 - 18x - 6$

② $10x^2 - 8x + 9$

③ $10x^2 - 16x - 11$

④ $10x^2 - 8x + 19$

⑤ $13x^2 - 12x + 19$

해설

$$(3x-2)^2 - (2x+2)(-2x+5) = (9x^2 - 12x + 4) - (-4x^2 + 6x + 10) = 13x^2 - 18x - 6$$

5. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 없는 것은?

보기

㉠. $-2x + y = 1$

㉡. $x - y = -1$

㉢. $x - y = -\frac{1}{2}$

㉣. $2x + 2y = 2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ 식에서 ㉢식을 빼면 $0 \cdot x = -\frac{1}{2}$ 이 되므로 해가 없다.

6. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$$\therefore A + B = 50$$

7. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$2^{x+4} = 2^{2(x-1)}$$

$$x + 4 = 2(x - 1)$$

$$\therefore x = 6$$

8. $\frac{8x^2y - 12xy^2}{4xy} - \frac{-6xy + 9y^2}{3y}$ 를 간단히 하면?

① 0

② $4x$

③ $4x - 6y$

④ $7x - 6y$

⑤ $7x - 14y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{8x^2y - 12xy^2}{4xy} - \frac{-6xy + 9y^2}{3y} \\ &= \left(\frac{8x^2y}{4xy} - \frac{12xy^2}{4xy} \right) - \left(\frac{-6xy}{3y} + \frac{9y^2}{3y} \right) \\ &= 2x - 3y - (-2x + 3y) \\ &= 2x - 3y + 2x - 3y \\ &= 4x - 6y \end{aligned}$$

9. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x - y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값은?

① $\frac{50}{3}$

② $-\frac{50}{3}$

③ $\frac{40}{3}$

④ $-\frac{40}{3}$

⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 을 대입하면

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$

10. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $x+3y=15$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

일 차 방 정 식 을 만 족 하 는 해 의 순 서 쌍 은
(3, 4), (6, 3), (9, 2), (12, 1) 이므로 해의 개수는 4(개)
이다.

11. 연산 $\odot$ 을 $x \odot y = 2x + y$ 라 정의할 때, 자연수 x, y 에 대하여 $x \odot 2y = 4 \odot 2$ 의 해를 모두 고르면?

① (1, 5)

② (2, 3)

③ (3, 3)

④ (4, 1)

⑤ (5, 6)

해설

$x \odot 2y = 4 \odot 2$ 를 정의에 맞게 계산하면 $2x + 2y = 4 \times 2 + 2$ 이고,
이를 정리하면 $x + y = 5$ x, y 가 자연수이므로 $x = 1, 2, 3, \dots$
을 차례로 대입하면 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

12. 일차방정식 $2x + 3y = 17$ 의 하나의 해가 $\left(a, \frac{3}{4}a\right)$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 4

② -2

③ 2

④ -4

⑤ 6

해설

$\left(a, \frac{3}{4}a\right)$ 를 대입하면

$$2a + \frac{9}{4}a = 17$$

$$\frac{17}{4}a = 17$$

$$\therefore a = 4$$

13. 연립방정식
$$\begin{cases} 6(x-y) + 4y = 14 \cdots ① \\ 3x - (2x + 2y) = 9 \cdots ② \end{cases}$$
 의 해가 $x = p$, $y = q$ 일

때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

①의 양변을 2로 나누면

$$3(x-y) + 2y = 7, 3x - y = 7 \cdots ③$$

②를 정리하면

$$3x - 2x - 2y = 9, x - 2y = 9 \cdots ④$$

$$③ \times 2 - ④ \text{ 를 하면 } 5x = 5$$

$$\therefore x = 1 = p, y = -4 = q$$

따라서 $p - q = 1 - (-4) = 5$ 이다.

14. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x - 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + y = 7 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 를 풀기 위해 ㉠을 ㉡에 대입하여

$px = q$ 의 꼴로 만들었다. 이때 $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 3x - 1$ 을 $x + y = 7$ 에 대입하면

$$x + (3x - 1) = 7$$

$$4x = 8 \text{ 이므로 } p = 4, q = 8$$

$$\therefore \frac{q}{p} = \frac{8}{4} = 2$$

15. 1 보다 작은 분수 $\frac{6}{a}$ 을 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 수가 3 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.(단, $a > 6$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 20

해설

소수 첫째 자리 수가 3이므로 0.3이상 0.4미만의 분수이다.

$$\frac{6}{a} = 0.3 \times \times \times \text{ 이고,}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

$$0.4 = \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \text{ 이다.}$$

a 는 유한 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 16, 20이다.

16. 다음은 순환소수 $6.\overline{7352}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. (㉠) ~ (㉤)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$$x = 6.\overline{7352} \text{로 놓으면 } x = 6.7352352\cdots \text{㉠}$$

㉠의 양변에 (㉡) 을 곱하면

$$(㉡) x = 67352.352352\cdots \text{㉢}$$

㉠의 양변에 (㉣) 을 곱하면

$$(㉣) x = 67.352352\cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉢} - \text{㉤} \text{을 하면 } (㉥) x = (㉦)$$

$$\therefore x = (㉧)$$

① (㉡) 10000

② (㉣) 10

③ (㉥) 9999

④ (㉦) 67285

⑤ (㉧) $\frac{13457}{9999}$

해설

$$x = 6.\overline{7352} \text{으로 놓으면 } x = 6.7352352\cdots \text{㉠}$$

㉠의 양변에 10000을 곱하면

$$10000x = 67352.352352\cdots \text{㉢}$$

㉠의 양변에 10을 곱하면

$$10x = 67.352352\cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉢} - \text{㉤} \text{을 하면 } 9990x = 67285$$

$$\therefore x = \frac{67285}{9990} = \frac{13457}{1998}$$

17. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

18. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)}$$

$$= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)}$$

$$= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2}$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 의 해가 $x = a$, $y = b$ 일 때, ab 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$3y = 3$, $y = 1$, $x = 1$ 이다.

따라서 $ab = 1$ 이다.

20. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x + 0.1y = k + 6.4 \\ 0.4x - y = k \end{cases}$ 를 만족시키는 y 의 값이 x 의 값의 3 배 일 때, $x + k$ 의 값을 구하면?

- ① -3.2 ② -2.2 ③ -1.2 ④ 0 ⑤ 1.2

해설

$y = 3x$ 를 각 식에 대입

$$\begin{cases} 3x + y = 10k + 64 & \rightarrow 6x = 10k + 64 \\ 4x - 10y = 10k & \rightarrow -26x = 10k \end{cases}$$

$$\therefore x = 2, k = -5.2$$

$$\therefore x + k = -3.2$$

21. $\frac{a}{2^3 \times 7}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 14$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$ 이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ 이 되므로 $b = 4$ 이다.

22. 11의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼

때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.

이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{1}{11} = 0.090909\cdots = 0.\dot{0}\dot{9}, f(1) = 9$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818\cdots = 0.\dot{1}\dot{8}, f(2) = 9$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}\dot{7}, f(3) = 9 \text{ 이므로}$$

n 의 값에 관계없이 $f(n) = 9$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)} \text{ 은}$$

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots, f(88), f(89)$ 의 총 $2 \times 8 = 16$ (개)가 빠졌으므로

$$1 \times (97 - 16) = 81$$

23. $x \odot y = \begin{cases} x \neq y \text{이면 } -2 \\ x = y \text{ 이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}$, $b = 0.1$, $c = \frac{1}{10}$, $d = 0.0\dot{9}$ 에 대하여 $(a \odot b) \odot (c \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$a = \frac{1}{90}, b = \frac{1}{10}, c = \frac{1}{10}, d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$a \neq b, c = d, (a \odot b) \odot (c \odot d) = -2 \odot 2 = -2$$

24. 자연수 n 에 대하여 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$, $2^{3n} + 3^{2n}$ 의 일의 자리 숫자를 $g(n)$ 이라고 할 때, $\frac{f(2009)}{g(2009)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{7}$

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.

3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

따라서 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리 숫자는 5, 3, 5, 7 이 반복된다.

$$\therefore f(2009) = 5$$

$$2^{3n} + 3^{2n} = 8^n + 9^n \text{ 이고,}$$

8^n 의 일의 자리 숫자는 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

9^n 의 일의 자리 숫자는 9, 1 이 반복된다.

따라서 $8^n + 9^n$ 의 일의 자리 숫자는 7, 5, 1, 7 이 반복된다.

$$\therefore g(2009) = 7$$

$$\frac{f(2009)}{g(2009)} = \frac{5}{7}$$

25. $a^2 = b^2 + c^2$ 일 때, $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2bc$

해설

$$(a - b + c)(a + b - c) = \{a - (b - c)\} \{a + (b - c)\}$$

$b - c = X$ 로 치환하면

$$\therefore (a - X)(a + X) = a^2 - X^2 = (b^2 + c^2) - (b - c)^2 = 2bc$$