

1. 다음은 순환소수 $0.2\bar{13}$ 을 분수로 고치는 과정이다. ()안의 수가 옳은 것은?

$$\begin{aligned}
 &x = 0.21313\cdots \\
 &(\text{ ① })x = 2.1313\cdots \cdots \text{ ㉠} \\
 &(\text{ ② })x = 213.1313\cdots \cdots \text{ ㉡} \\
 &\text{㉡에서 ㉠을 빼면} \\
 &(\text{ ③ })x = (\text{ ④ }) \\
 &\therefore x = (\text{ ⑤ })
 \end{aligned}$$

- ① 10000 ② 100 ③ 999
 ④ 211 ⑤ $\frac{211}{999}$

해설

$$\begin{aligned}
 &x = 0.21313\cdots \\
 &10x = 2.1313\cdots \cdots \text{ ㉠} \\
 &1000x = 213.1313\cdots \cdots \text{ ㉡} \\
 &\text{㉡에서 ㉠을 뺀끼리 빼면} \\
 &990x = 211 \\
 &\therefore x = \frac{211}{990}
 \end{aligned}$$

2. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 9^x 을 a 를 사용하여 나타내면?

- ① $\frac{a^2}{9}$ ② $\frac{a^3}{9}$ ③ $\frac{a^4}{9}$ ④ $\frac{a^5}{9}$ ⑤ $\frac{a^6}{9}$

해설

$$a = 3 \times 3^x \quad \therefore 3^x = \frac{a}{3}$$

$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9}$$

3. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

- ① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a+n = 75+2 = 77$$

4. 분수 $\frac{1}{2^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 10 보다 작은 자연수 중 a 의 값으로 적당한 수의 합은?

- ① 10 ② 14 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

무한소수가 되기 위해서는 2, 5 이외의 소인수가 분모에 존재해야 하므로, 3, 6, 7, 9 가 될 수 있다.

$$\therefore 3 + 6 + 7 + 9 = 25$$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환소수는 무한소수이다.
- ② 0 은 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수가 된다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.

해설

- ② $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \dots$ 등 분수로 표현할 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\dots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

6. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{()}$$

- ① 126 ② 127 ③ 128 ④ 129 ⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63} = 2^{()}$ 이므로

$$\therefore 2^{()} = 2^{127} \quad \therefore () = 127$$

7. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)}$ 의 값은?

① $\frac{6y + x}{6y + x}$

② $\frac{6y - x}{6y - x}$

③ $\frac{6y - x}{6y + x}$

④ $\frac{6y + x}{6y - x}$

⑤ $\frac{3y - x}{3y + x}$

해설

$$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$

8. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

- ㉠ $-\frac{8y}{x^2}$ ㉡ $\frac{8y}{x^2}$ ㉢ $-\frac{8y}{x}$ ㉣ $-\frac{y}{x^2}$ ㉤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1} \\ &= -\frac{8y}{x^2} \end{aligned}$$

9. 자연수 x, y 가 있다. 이 두 수의 합은 21 이고, x 의 2 배를 3 으로 나눈 값은 y 에서 1 을 뺀 값과 같다고 한다. 이때 y 의 값은?

- ㉠ 9 ㉡ 10 ㉢ 11 ㉣ 12 ㉤ 13

해설

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ \frac{2x}{3} = y - 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x + y = 21 & \dots \textcircled{1} \\ 2x - 3y = -3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2}$ 하면, $x = 12, y = 9$

10. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

11. $A = x - 3y$, $B = -3x + 2y$ 일 때, $5A - [B - \{3A - (A - 2B)\}]$ 을 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $4x + 19y$

② $4x - 19y$

③ $6x + 11y$

④ $6x - 11y$

⑤ $3x - y$

해설

$$5A - [B - \{3A - (A - 2B)\}] = 7A + B$$

$A = x - 3y$, $B = -3x + 2y$ 을 대입하면

$$7A + B = 7(x - 3y) + (-3x + 2y) = 7x - 21y - 3x + 2y = 4x - 19y$$

12. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{3x+2y-1}{4} = \frac{2x+y+2}{3}$ 의 한 해가 $(5, k)$ 일 때, k 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

식의 양변에 12 를 곱하면

$$3(3x+2y-1) = 4(2x+y+2), \quad x+2y=11$$

$(5, k)$ 를 대입하면

$$5+2k=11, \quad \therefore k=3$$