

1. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

2. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$
따라서 19 자리의 자연수이다.

3. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

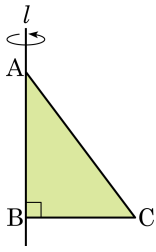
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로
 $3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$
 $\therefore n = 12$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이가 $\frac{3}{4}ab^2$, $\overline{BC}$ 의 길이가 $\frac{3}{2}a^2b$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 를 축으로 하여 회전시킨 회전체의 부피는?

- ① $\frac{9}{16}a^5b^4\pi$ ② $\frac{9}{16}a^4b^4\pi$ ③ $\frac{16}{9}a^4b^5\pi$
 ④ $\frac{16}{9}a^5b^4\pi$ ⑤ $\frac{9}{16}a^4b^5\pi$



해설

$\overline{AB}$ 를 축으로 회전시킨 회전체는 원뿔이다.

$\overline{BC}$ 의 길이가 밑면의 반지름의 길이가 되므로

$$(\text{밑면의 넓이}) = \pi \left(\frac{3}{2}a^2b \right)^2 = \frac{9}{4}a^4b^2\pi$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4}a^4b^2\pi \times \frac{3}{4}ab^2 = \frac{9}{16}a^5b^4\pi$$

5. 높이가 $9a$ cm 인 원뿔의 부피가 $27\pi a^3$ cm³ 일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

① a cm ② $2a$ cm ③ $3a$ cm ④ $4a$ cm ⑤ $5a$ cm

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\text{밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$ 이므로 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 밑면의 넓이를 x cm² 라고 하면 $x = \pi r^2$

$$27\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 9a$$

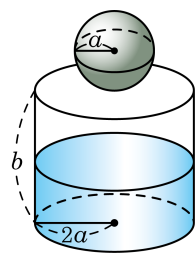
$$x = 27\pi a^3 \times \frac{1}{3a} = 9a^2\pi$$

$$9a^2\pi = \pi r^2$$

$$\therefore r = 3a$$

6. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
 ④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$