

1.  $3^x$ 의 일의 자리의 숫자가 1,  $3^y$ 의 일의 자리의 숫자가 3일 때,  $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단,  $x, y$ 는  $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

### 해설

$3^k$  ( $k$ 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단,  $k_2 \leq k_1$ ,  $k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned}81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3}\end{aligned}$$

$9^k$  ( $k$ 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

$k_1, k_2$ 가 자연수이므로  $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서  $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

2.  $2^{16} \times 5^{20}$  이  $n$  자리의 자연수일 때,  $n$  의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$$

따라서 19 자리의 자연수이다.

3.  $2^9 \times 3 \times 5^{12}$  이  $n$  자리의 자연수 일 때,  $n$  의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

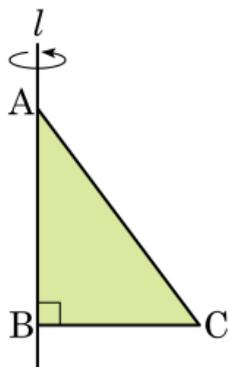
$2 \times 5 = 10$  이므로

$$3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$$

$$\therefore n = 12$$

4. 다음 그림에서  $\overline{AB}$ 의 길이가  $\frac{3}{4}ab^2$ ,  $\overline{BC}$ 의 길이가  $\frac{3}{2}a^2b$ 인  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB}$ 를 축으로 하여 회전시킨 회전체의 부피는?

- ①  $\frac{9}{16}a^5b^4\pi$       ②  $\frac{9}{16}a^4b^4\pi$       ③  $\frac{16}{9}a^4b^5\pi$   
 ④  $\frac{16}{9}a^5b^4\pi$       ⑤  $\frac{9}{16}a^4b^5\pi$



### 해설

$\overline{AB}$ 를 축으로 회전시킨 회전체는 원뿔이다.  
 $\overline{BC}$ 의 길이가 밑면의 반지름의 길이가 되므로

$$(\text{밑면의 넓이}) = \pi \left( \frac{3}{2}a^2b \right)^2 = \frac{9}{4}a^4b^2\pi$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4}a^4b^2\pi \times \frac{3}{4}ab^2 = \frac{9}{16}a^5b^4\pi$$

5. 높이가  $9a$  cm 인 원뿔의 부피가  $27\pi a^3$   $\text{cm}^3$  일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

①  $a$  cm

②  $2a$  cm

③  $3a$  cm

④  $4a$  cm

⑤  $5a$  cm

해설

(원뿔의 부피) =  $\frac{1}{3} \times$  (밑면의 넓이)  $\times$  (높이) 이므로 밑면의 반지름의 길이를  $r$  cm, 밑면의 넓이를  $x$   $\text{cm}^2$  라고 하면  $x = \pi r^2$

$$27\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 9a$$

$$x = 27\pi a^3 \times \frac{1}{3a} = 9a^2\pi$$

$$9a^2\pi = \pi r^2$$

$$\therefore r = 3a$$

6. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

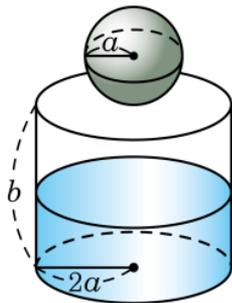
①  $\frac{1}{3}a$

②  $\frac{2}{3}a$

③  $a$

④  $\frac{4}{3}a$

⑤  $\frac{5}{3}a$



### 해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$  만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를  $h$ 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는  $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) =  $\frac{4}{3}\pi a^3$  이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$