

1. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 5^{x+1} ② 5^{5x} ③ 25^x ④ 5^{x+2} ⑤ 5^{x+3}

해설

$$5 \times 5^x = 5^{x+1}$$

2. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 9^x 을 a 를 사용하여 나타내면?

- ① $\frac{a^2}{9}$ ② $\frac{a^3}{9}$ ③ $\frac{a^4}{9}$ ④ $\frac{a^5}{9}$ ⑤ $\frac{a^6}{9}$

해설

$$a = 3 \times 3^x \quad \therefore 3^x = \frac{a}{3}$$

$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9}$$

3. $(2x+3)(3x-1) = Ax^2 + Bx + C$ 에서 상수 A, B, C 의 합 $A+B+C$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & (2x+3)(3x-1) \\ &= 6x^2 + (-2x) + 9x + (-3) \\ &= 6x^2 + 7x - 3 \\ \therefore A+B+C &= 6+7+(-3) = 10 \end{aligned}$$

4. $(x+3)(x-2) + (x-3)(x+5)$ 를 간단히 하면?

① $x^2 + 3x - 21$

② $x^2 + 6x - 15$

③ $2x^2 + 3x - 15$

④ $2x^2 + 3x - 21$

⑤ $2x^2 + 6x - 6$

해설

$$\begin{aligned} & (x+3)(x-2) + (x-3)(x+5) \\ &= x^2 + x - 6 + x^2 + 2x - 15 \\ &= 2x^2 + 3x - 21 \end{aligned}$$

5. 다음 중 계산 중 옳은 것은?

① $(x^7)^2 \div (x^3)^2 = x^{10}$

② $(3a^3b)^2 \div a^5b = 9ab$

③ $(2x^2 + 5x - 7) + (-3x^2 + 6x + 6) = -x^2 + 11x + 2$

④ $(6a^2b + 4a^2) \div 2a = 3b + 2a$

⑤ $-3x(2x - y) + 9x^2 = 15x^2 + 3xy$

해설

① $x^{14} \div x^6 = x^8$

③ $(2x^2 + 5x - 7) + (-3x^2 + 6x + 6)$
 $= -x^2 + 11x - 1$

④ $(6a^2b + 4a^2) \div 2a = 3ab + 2a$

⑤ $-3x(2x - y) + 9x^2 = 3x^2 + 3xy$

6. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8 자리의 수 ② 9 자리의 수 ③ 10 자리의 수
④ 11 자리의 수 ⑤ 12 자리의 수

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10 자리의 수이다.

7. 다음 계산 중 옳지 않은 것은?

① $-(2a - b) = -2a + b$

② $-2y(x + 3y) = -6y^2 - 2xy$

③ $2y(5y - 3) = 10y^2 - 6y$

④ $-2x(3x - 4y) + y(x + 5y) = -6x^2 + 10xy + 5y^2$

⑤ $-2x(4x - 3y) - y(x - 3y + 1) = -8x^2 + 5xy + 3y^2 - y$

해설

④ $-2x(3x - 4y) + y(x + 5y) = -6x^2 + 9xy + 5y^2$

8. $(x + y)^2 + (x - y)^2$ 을 간단히 정리하면?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2xy + y^2$

③ $2x^2 + 2y^2$

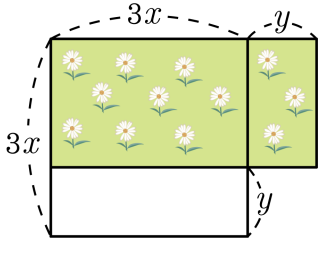
④ $2x^2 + xy + 2y^2$

⑤ $2x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) = 2x^2 + 2y^2$$

9. 수진이네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $3x\text{ m}$ 인 정사각형의 꽃밭을 가로 길이는 $y\text{ m}$ ($3x > y$) 늘이고, 세로 길이는 $y\text{ m}$ 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



- ① $9x^2 + 6xy + y^2(\text{m}^2)$ ② $9x^2 - 6xy + y^2(\text{m}^2)$
③ $6x^2 - y^2(\text{m}^2)$ ④ $9x^2 - y^2(\text{m}^2)$
⑤ $9x^2 + y^2(\text{m}^2)$

해설

변화된 꽃밭의 가로 길이는 $3x+y(\text{ m})$, 세로 길이는 $3x-y(\text{ m})$ 이다. 따라서 변화된 꽃밭의 넓이는 $(3x+y)(3x-y) = 9x^2 - y^2(\text{ m}^2)$ 이다.

10. $(x-2)(x+k) = x^2 + ax + b$ 일 때, $2a+b$ 의 값은?

① 2

② -4

③ -6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(x-2)(x+k) = x^2 + (-2+k)x - 2k = x^2 + ax + b$$

$$a = k - 2, b = -2k$$

$$\therefore 2a + b = 2(k-2) + (-2k) = 2k - 4 - 2k = -4$$

11. 5.1×4.9 를 간편하게 계산하기 위하여 이용되는 곱셈 공식으로 적절한 것은?

① $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

② $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

④ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

⑤ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 25 - 0.01$$

따라서 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 을 사용한다.

12. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$511 \times 511 - 510 \times 512 - 2$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a &= 511 \text{로 놓으면} \\ 511 \times 511 - 510 \times 512 - 2 \\ &= a \times a - (a - 1) \times (a + 1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

13. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} = 1004$$

14. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

15. $7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$7^{2x-1} + (7^2)^x + 7^{2x-1} = 63$ 에서

$$7^{2x-1} + 7^{2x} + 7^{2x-1} = 63$$

$$7^{2x} \times \frac{1}{7} + 7^{2x} + 7^{2x} \times \frac{1}{7} = 63$$

$$7^{2x} \left(\frac{1}{7} + 1 + \frac{1}{7} \right) = 63$$

$$\frac{9}{7} \times 7^{2x} = 63$$

$$7^{2x} = 63 \times \frac{7}{9} = 7^2$$

$$\therefore x = 1$$

16. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?

① -9

② -8

③ -6

④ -5

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5\end{aligned}$$

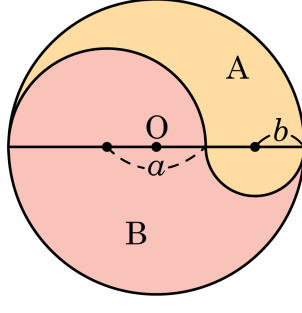
17. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a+b &= 15 \end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) \\
 &= \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

19. $(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned}x-y &= A, \quad x+2y = B \text{ 라 하면} \\(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2 \\&= (A+2)(A+3) - (B-3)^2 \\&= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9 \\&= (x-y)^2 + 5(x-y) + 6 - (x+2y)^2 + 6(x+2y) - 9 \\&= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9 \\&= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3 \\&\therefore \text{ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : } -3-6+11+7 = 9\end{aligned}$$

20. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $x^2 - 36$

㉡ $x^2 - 6$

㉢ $x^2 + 6$

㉣ $x^2 + 36$

㉤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

21. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)}$ 의 값은?

① $\frac{6y + x}{6y + x}$
 ④ $\frac{6y + x}{6y - x}$

② $\frac{6y - x}{6y - x}$
 ⑤ $\frac{3y - x}{3y + x}$

③ $\frac{6y - x}{6y + x}$

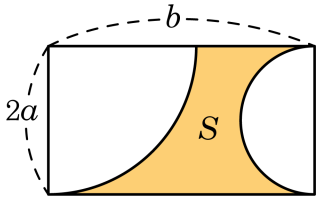
해설

$$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$

22. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



- ① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$ ② $2ab - a^2\pi$ ③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$
④ $2ab - 2a^2\pi$ ⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

23. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...
 2^a 의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...
 3^a 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...
따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.
즉, $f(n) = f(n + 4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고
 $f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.
 $\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

24. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

$A = x + 1, B = -2x + 3$ 이고, $\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 1$

해설

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$$
$$A^2 - B^2 = -qB^2 - pA^2$$
$$(1 + p)A^2 = (1 - q)B^2$$

$A = x + 1, B = -2x + 3$ 이므로

$$(1 + p)(x + 1)^2 = (1 - q)(-2x + 3)^2 \text{ 이다.}$$
$$(1 + p)x^2 + (2 + 2p)x + (p + 1)$$
$$= (4 - 4q)x^2 + (-12 + 12q)x + (9 - 9q)$$
$$1 + p = 4 - 4q \Rightarrow p = 3 - 4q \cdots \textcircled{\tiny 1}$$
$$2 + 2p = -12 + 12q \Rightarrow 2p - 12q = -14$$
$$\Rightarrow p - 6q = -7 \cdots \textcircled{\tiny 2}$$
$$p + 1 = 9 - 9q \Rightarrow p + 9q = 8 \cdots \textcircled{\tiny 3}$$

$\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}, \textcircled{\tiny 3}$ 어떤 식에 대입해도 상관없으므로 $\textcircled{\tiny 1}$ 식을 $\textcircled{\tiny 2}$ 식에 대입하면

$$3 - 4q - 6q = -7, q = 1 \cdots \textcircled{\tiny 4}$$

$\textcircled{\tiny 4}$ 를 $\textcircled{\tiny 1}$ 식에 대입하면

$$p = 3 - 4 \times 1 = -1 \text{ 따라서 } p = -1, q = 1$$

25. $x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x - 6)(x + 1)$ 로 나눈 나머지가 $x + 1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -7$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x - 6)(x + 1)$ 로 나눈 몫을 $x + p$ 라 하면

$$\begin{aligned} & x^3 + ax^2 + bx + 13 \\ &= (x - 6)(x + 1)(x + p) + x + 1 \\ &= x^3 + (p - 5)x^2 + (-5p - 5)x - 6p + 1 \end{aligned}$$

계수를 비교해보면

$$a = p - 5$$

$$b = -5p - 5$$

$$13 = -6p + 1 \text{ 에서 } p = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -7, b = 5$$

26. $x^2 - x - 7 = 0$ 일 때, $(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x - 7 = 0 &\text{은 } x^2 - x = 7 \text{로 정리한다.} \\(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)(x-4) \\&= (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 6)(x^2 - x - 12) \\&= (7 - 2)(7 - 6)(7 - 12) \\&= -25\end{aligned}$$

27. 자연수 x, y 에 대하여 xy 를 5 로 나누면 3 이 남고 y 를 5 로 나누면 3 이 남을 때, 자연수 x 를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

x 를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 R , y 를 5 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 5a + R, y = 5b + 3$$

$$\begin{aligned} xy &= (5a + R)(5b + 3) \\ &= 25ab + 15a + 5bR + 3R \\ &= 5(5ab + 3a + bR) + 3R \end{aligned}$$

이 때 $0 \leq R \leq 4$ 이므로 xy 를 5 로 나누었을 때의 나머지가 3 이 되려면 $R = 1$ 이 되어야 한다.

따라서 x 를 5 로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

28. $a + b = 1$, $ab = -2$ 일 때, $a^{12} + b^{12}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4097

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = 25 - 8 = 17$$

$$\begin{aligned}\therefore a^{12} + b^{12} &= (a^4 + b^4)^3 - 3a^4b^4(a^4 + b^4) \\ &= 17^3 - 3(-2)^4 \times 17 \\ &= 4913 - 816 = 4097\end{aligned}$$

29. $(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{31}+2^{15}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식에 $(4-2)$ 를 곱하면

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2 \times (2^{31}+2^{15})$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)-2^{32}+2^{16}$$

$$= 4^{16}-2^{16}-2^{32}+2^{16}$$

$$= 2^{32}-2^{16}-2^{32}+2^{16}$$

$$= 0$$

0 을 2 로 나누어도 0 이므로 주어진 식을 간단히 하면 0 이다.

30. $a^2 - a + 1 = 0$ 일 때, $a^{2009} + \frac{1}{a^{2009}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a^2 - a + 1 = 0$ 이므로 $a^2 = a - 1$,

양변에 a 를 곱하면 $a^3 = a^2 - a = -1$,

양변을 a 로 나누면 $a + \frac{1}{a} = 1$, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 1 - 2 = -1$,

$a^{2009} = (a^3)^{669} \times a^2 = -a^2$,

$\therefore a^{2009} + \frac{1}{a^{2009}} = -\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 1$