

1. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

$$3$$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

2. a 와 15의 공배수가 15의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 10 ⑤ 20

해설

a 와 15의 공배수가 15의 배수와 같다는 것은 a 와 15의 최소공배수가 15라는 뜻이다.
따라서 a 와 15의 최소공배수가 15가 나오기 위해서는 a 가 15의 약수가 되어야 한다.

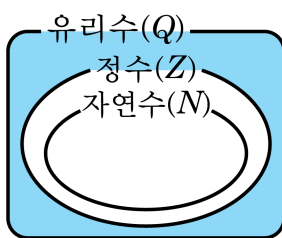
3. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 \div 3$, $38 \div 2$, $32 \div 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

4. 다음 그림의 색칠한 부분에 속하는 수를 구하면?



- ① $\frac{6}{3}$ ② -1.52 ③ 0 ④ $-\frac{42}{7}$ ⑤ π

해설

- ① $\frac{6}{3} = 2$, 자연수
② $-1.52 = -\frac{152}{100}$, 정수가 아닌 유리수
③ 정수
④ $-\frac{42}{7} = -6$, 정수
⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수로 유리수가 아니다.

5. 순환소수 $0.\dot{7}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것은?

① 7 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

따라서 A 는 9의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 없는 것은 7이다.

6. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

7. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

8. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
 $x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$
 $= 3, 12, \dots$

9. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 기호로 써라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.
문제) 98 의 약수의 개수 구하기
풀이) ㉠먼저 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다.
㉡ 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.
㉢ 따라서 98 의 약수의 개수는 $(0 + 1) \times (2 + 1) = 3$ (개) 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와 7^2 의 지수는 각각 1,2 이므로 98 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이다.

10. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지 = 2

11. a 는 한 자리 자연수이고 $2 \times a, 3 \times a, 4 \times a$ 의 최소공배수가 108 일 때, 이 세 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times a, 3 \times a, 4 \times a$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 108, a = 9$ 이다.
최대공약수는 a 이므로 9 이다.
 $\therefore 9$

12. 사과 60 개, 배 48 개, 귤 72 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 사과는 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가?

① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

학생 수는 60, 48, 72 의 최대공약수 12 명이고,
나누어 주는 사과의 개수는 $60 \div 12 = 5$ (개)

13. $0.1\dot{5} - 0.03\dot{8}$ 을 계산하여 소수로 나타낸 것은?

- ① $0.11\dot{7}$ ② $0.10\dot{5}$ ③ $0.11\dot{5}$ ④ $0.10\dot{6}$ ⑤ $0.11\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned} 0.1\dot{5} - 0.03\dot{8} &= \frac{15 - 1}{90} - \frac{38 - 3}{900} \\ &= \frac{140 - 35}{900} = \frac{105}{900} \\ &= 0.11\dot{6} \end{aligned}$$

14. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층 ② 3 층 ③ 5 층 ④ 7 층 ⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

15. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

16. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

- ㉠ 21

㉡ 46

㉢ 9

㉣ 23

㉤ 25

㉥ 169

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.
2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21 이므로 350 과
서로소인 수는 9, 23, 169이다.

17. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$
 $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$
 $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$
 $144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d$ 이다.
주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.
주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.
주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.
주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a=3$, $b=2$, $c=1$, $d=1$ 이므로
 $(a+b+c) \times d = (3+2+1) \times 1 = 6$ 이다.

18. 32와 56의 공약수의 개수를 a , 56과 42의 공약수의 개수를 b , 32와 42의 공약수의 개수를 c , 32과 56, 42의 공약수의 개수를 d 라 할 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

32, 56의 최대공약수는 2^3 이므로 $a = 4$ 이다.
56, 42의 최대공약수는 2×7 이므로 $b = 4$ 이다.
32, 42의 최대공약수는 2 이므로 $c = 2$ 이다.
32, 56, 42의 최대공약수는 2 이므로, $d = 2$ 이다.
따라서 $a + b + c - d = 4 + 4 + 2 - 2 = 8$ 이다.

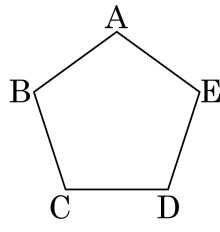
19. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.
따라서 $x+3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.
 $x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로
D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, ... , 99 까지 10 개가 된다.

21. $x = 3.4\dot{5}2$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

- ① 3413 ② 3414 ③ 3415 ④ 3417 ⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x=3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x= \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x=3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

22. $\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}$, $\frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45}$ 이므로

$9 < 5a \leq 30$, $\frac{9}{5} < a \leq 6$

$\therefore a = 2, 3, 4, 5, 6$

23. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 232 번째 바둑돌의 색깔과 왼쪽에서부터 100 번째까지의 검은 바둑돌의 개수를 순서대로 쓴 것은?



- ① 검은색, 20 개 ② 검은색, 40 개 ③ 검은색, 60 개
- ④ 흰색, 40 개 ⑤ 흰색, 60 개

해설

검은 바둑돌은 3 개씩, 흰 바둑돌은 2 개씩 반복된다. 따라서 다시 검은 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 5 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 5 개씩 반복된다. $232 = 5 \times 46 + 2$ 이므로 5 개씩 46 번 반복되고, 나머지가 2 이므로 232 번째 바둑돌의 색은 검은색이다. 그리고 100 번째까지 검은 바둑돌의 개수는 3 개씩 20 번이 반복된다. 따라서 60 개이다.

24. 네 자리의 자연수 $364\Box$ 에 250 을 더하면 9 의 배수가 될 때, $\Box$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

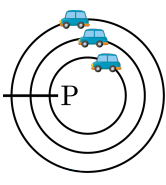
해설

$364\Box + 250$ 이 9 의 배수가 되기 위해서는

$3 + 6 + 4 + \Box + 2 + 5 = 20 + \Box$ 가 9 의 배수이면 된다.

$\therefore \Box = 7$

25. 장난감 자동차 세 대가 다음 그림과 같은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 18분 동안 A 자동차는 24바퀴를 돌고, B 자동차는 36바퀴, C 자동차는 45바퀴를 돈다. 세 자동차가 동시에 P 지점에서 출발하여 1시간 10분 동안 일정한 속도로 돌았다면 동시에 P 지점을 몇 번 통과하는가?



- ① 9번 ② 10번 ③ 11번 ④ 12번 ⑤ 13번

해설

A, B, C 세 자동차가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{18}{24}$ 분, $\frac{18}{36}$ 분, $\frac{18}{45}$ 분이다.
 $\frac{18}{24}$ 분 = 45초, $\frac{18}{36}$ 분 = 30초, $\frac{18}{45}$ 분 = 24초이다.
45, 30, 24의 최소공배수는 360이므로
360초 = 6분마다 한 번씩 P 지점을 통과한다.
따라서 $70 \div 6 = 11 \cdots 4$ 이므로 11번 통과한다.

26. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 16 , 최소공배수가 240 일 때, $B - A$ 의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단, $A < B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 224

해설

$A = 16 \times a, B = 16 \times b$ 이고,
두 자연수 A, B 는 최대공약수가 16 , 최소공배수가 240 이므로
 $16 \times a \times b = 240$
 $a \times b = 15$ (단, a, b 는 서로소)
 $A < B$ 이므로
 $a = 1, b = 15$ 또는 $a = 3, b = 5$
(i) $a = 1, b = 15$ 일 때
 $B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$
(ii) $a = 3, b = 5$ 일 때
 $B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$
차가 가장 큰 A, B 의 값을 구해야 하므로
 $a = 1, b = 15$
 $\therefore A = 16 \times 1 = 16$
 $B = 16 \times 15 = 240$
따라서 $B - A = 240 - 16 = 224$ 이다.

27. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

▷ 정답 : 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63 의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore x = 252, 567$

28. 다음 조건을 만족하는 x, y 를 바르게 구한 것은?

- ㉠ $40 < x < 60$ 인 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{130}$ 는
유한소수이다.

㉡ $\frac{x}{130}$ 를 기약분수로 고치면 $\frac{2}{y}$ 이다.

- ① $x = 52, y = 10$

② $x = 52, y = 13$

③ $x = 52, y = 5$

④ $x = 65, y = 5$

⑤ $x = 65, y = 2$

해설

$\frac{x}{130} = \frac{x}{2 \times 5 \times 13}$ 이 유한소수이므로, x 는 13 의 배수이고
 $40 < x < 60$ 인 자연수이므로 $x = 52$ 이다.
따라서 기약분수로 고치면 $\frac{52}{130} = \frac{4 \times 13}{2 \times 5 \times 13} = \frac{2}{5} = \frac{2}{y}$ 가 되므
로 $y = 5$ 이다.

29. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.38461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

30. $x \odot y = \begin{cases} x \neq y \text{이면 } -2 \\ x = y \text{이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}, b = 0.1, c = \frac{1}{10}, d = 0.0\dot{9}$ 에 대하여 $(a \odot b) \odot (c \odot d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$a = \frac{1}{90}, b = \frac{1}{10}, c = \frac{1}{10}, d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$
 $a \neq b, c = d, (a \odot b) \odot (c \odot d) = -2 \odot 2 = -2$